



Comitato Editoriale

Massimo Calabresi
Alberto Cavalli
Alberto Cora
Mario Codebò
Domenico Ienna
Dario Petri
Luigi Torlai
Alberto Vecchiato

Comitato Direttivo SIAAC

Manuela Incerti (Presidente)
Elio Antonello (Vicepresidente)
Alberto Cora
Henry DeSantis
Giuliano Giuffrida
Domenico Ienna
Nicoletta Lanciano
Andrea Polcaro

Progetto grafico e impaginazione
Comitato Editoriale



In copertina:

Teodolite ottico-tacheometrico sovietico modello TT5, prodotto tra il 1966 e il 1969 dalla UOMZ (Uralskij Optiko-Mechanicheskij Zavod) di Sverdlovsk (oggi Ekaterinburg). Lo strumento introduce l'articolo interno "Il rilievo dell'orientazione di un edificio con metodologia satellitare e classica" di Simone Bartolini.

Foto di Alberto Cavalli.

INDICE

<i>Editoriale</i>	5
di Manuela INCERTI	
<i>Archeoastronomia sperimentale</i>	7
di Nicoletta LANCIANO	
<i>Il rilievo dell'orientazione di un edificio con metodologia satellitare e classica</i>	17
di Simone BARTOLINI	
<i>I moti della Terra e la loro visione nel cielo</i>	29
di Alberto CORA	
<i>Sarà un caso? Un problema statistico per l'Archeoastronomia</i>	37
di Alberto VECCHIATO, Gabriella BERNARDI, Alberto CORA	

EDITORIALE

Con questo primo numero prende avvio *SIAAC Magazine*, spazio editoriale online della Società Italiana di Archeoastronomia e Astronomia Culturale, dedicato allo studio delle relazioni tra cielo, culture, luoghi e forme della conoscenza nel tempo.

Il Magazine nasce per raccogliere e condividere testi capaci di documentare percorsi di ricerca, esperienze didattiche e riflessioni metodologiche, valorizzando risultati, processi di lavoro, esperienze sul campo e pratiche di osservazione e misura.

La SIAAC promuove il confronto tra saperi scientifici, umanistici, tecnici, educativi, favorendo la comunicazione della conoscenza. Il *Magazine* nasce per dare forma editoriale a questo dialogo, accogliendo proposte provenienti dal mondo della ricerca, anche indipendente, da chi si dedica all'insegnamento, dalle persone associate e da chi opera in ambito culturale. La varietà degli approcci non è considerata un limite, ma una condizione propria di un ambito che vive del dialogo tra discipline, metodi e sensibilità differenti.

Il primo numero traduce concretamente questa impostazione. In apertura, un contributo dedicato alla didattica dell'archeoastronomia mostra come l'uso di strumenti semplici permetta di comprendere fenomeni celesti complessi: dalla determinazione del meridiano locale attraverso i Cerchi Indù, alla misura degli angoli mediante pratiche di osservazione. Successivamente, l'attenzione si sposta sulle tecniche di rilievo, mettendo a confronto metodi classici e satellitari per calcolare l'orientamento di siti e edifici. Un terzo intervento affronta il rapporto tra i moti della Terra e i fenomeni osservabili nel cielo, approfondendo il calcolo degli azimut di levata e tramonto del Sole per la verifica degli allineamenti solstiziali. Il fascicolo si chiude con una riflessione dedicata all'analisi statistica, intesa come forma di controllo per valutare se le corrispondenze tra monumenti archeologici e configurazioni celesti siano frutto di una scelta culturale intenzionale o risultino compatibili con il caso.

Il percorso delineato evidenzia come l'archeoastronomia e l'astronomia culturale si collochino in un campo di lavoro che richiede, al tempo stesso, pratica sperimentale e rigore metodologico. Rendere espliciti i passaggi attraverso cui si individua una direzione, si misura un angolo, si documenta un orientamento o si valuta statisticamente una possibile corrispondenza significa rendere la ricerca più trasparente e condivisibile.

Manuela Incerti

Archeoastronomia sperimentale

Nicoletta Lanciano^{1,2,*}

¹Università "La Sapienza", Roma

²Gruppo di ricerca sulla pedagogia del cielo del Movimento di Cooperazione Educativa (MCE)

*Corrispondente: nicoletta.lanciano@fondazione.uniroma1.it

Sommario: Presento alcuni strumenti e le relative attività, utili per capire elementi di base più volte utilizzati nelle ricerche e nelle descrizioni di manufatti archeoastronomici, oggetto delle due lezioni tenute in occasione della Scuola di Archeoastronomia V.F. Polcaro, che ritengo meritino esplicitazione anche nella nostra composita comunità. Sottolineo l'intento di offrire un contributo per la "scuola di Archeoastronomia" quindi mostro attenzione anche a particolari elementari. Le lezioni sono tenute all'aperto, perché solo lavorando con il Sole per la prima (Cerchi Indù) e con lo spazio grande del cielo per la seconda (misura degli angoli) si colgono le difficoltà e le attenzioni necessarie ad un uso corretto dei manufatti stessi.

Parole Chiave: Cerchi Indù, manufatti astronomici, misura degli angoli.

Abstract: I present some tools and related activities that are useful for understanding the fundamental elements repeatedly used in the research and description of archaeoastronomical finds—the subject of the two lectures held at the V.F. Polcaro School of Archaeoastronomy—which I believe deserve to be clarified within our diverse community as well. By the term "school," I therefore intend to pay attention even to the most basic details. The lectures take place outdoors, since only by working with the Sun in the first case (Hindu circles) and with the immensity of the sky in the second (angle measurement) can one grasp the difficulties and the care required for the proper use of the artifacts themselves.

Keywords: Hindu circles, astronomical artifacts, measurement of angles.

Citation: Lanciano, N.

Archeoastronomia sperimentale.

SIAAC Magazine 2026, 1

Received: 12th March 2024

Accepted: 12th December 2024

Published: June 2026

Publisher's Note: SIAAC Magazine stays neutral with regard to jurisdictional claims in published maps and institutional affiliations.



Copyright: © 2026 by the authors.

Submitted for possible open access

publication under the terms and

conditions of the Creative Commons

Attribution (CC BY-NC 4.0) license

(<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed>).

1. Premessa alle due lezioni nella scuola

Attraverso la Scuola di Archeoastronomia vogliamo offrire a tutti i partecipanti indicazioni e concetti, anche di base, delle discipline diverse presenti tra i soci della SIA, ma pure a studenti universitari e insegnanti. A seconda delle lezioni, i contenuti risulteranno noti ad alcuni, perché parte della propria disciplina, mentre per altri, esperti e ricercatori in altri settori disciplinari, risulteranno utili e permetteranno di incontrare e chiarire elementi spesso non esplicitati nei contributi dei relatori nelle comunicazioni ai Convegni.

Perciò in questo contributo sono presentati strumenti che per la loro "trasparenza" rendono il più possibile evidenti le relazioni tra gli astri e gli strumenti usati: nel caso dei Cerchi Indù, tale relazione è tra la posizione del Sole rispetto all'orizzonte locale e la ricerca della direzione Nord-Sud e il suo tracciamento sul terreno; mentre, negli strumenti per misurare angoli, ciò che interessa non è la ricerca del massimo livello di precisione, ma piuttosto l'esplicitazione del livello di approssimazione di ciascuno degli strumenti e di elementi di astronomia osservativa e di geometria in essi coinvolti.

2. Archeoastronomia sperimentale: i Cerchi Indù

Per orientarsi nello spazio, da un punto di vista astronomico, è necessario trovare la direzione Nord-Sud, ovvero la materializzazione sul piano orizzontale del meridiano locale: per fare ciò possiamo usare uno strumento particolarmente elementare e antico costituito dai Cerchi Indù.

Ci poniamo tre domande iniziali:

- Come si trova il meridiano?
- Che cosa succede sul meridiano?
- Dove osservare un meridiano?

La parola “meridiano” rimanda:

- ad una serie di cerchi massimi sulla sfera della Terra,
- al meridiano terrestre locale, perché per ogni punto del pianeta, passa un meridiano che può essere materializzato da una linea in terra, orientata in modo da raggiungere da parti opposte i due poli terrestri,
- ad un piano sopra l’orizzonte che contiene il meridiano celeste locale, lo Zenit dell’osservatore e il punto in cui questi si trova sulla Terra.



Figura 1. Cortile dell’osservazione dei Cerchi Indù durante il XXII Convegno SIA a Torino - Foto di Massimo Calabresi.

I Cerchi Indù sono uno degli strumenti possibili per tracciare il meridiano locale attraverso il Sole: la linea del meridiano locale, linea Nord-Sud, può essere trovata, infatti, come linea di simmetria tra le ombre di un gnomone verticale, segnate in terra nella mattina e nel pomeriggio.

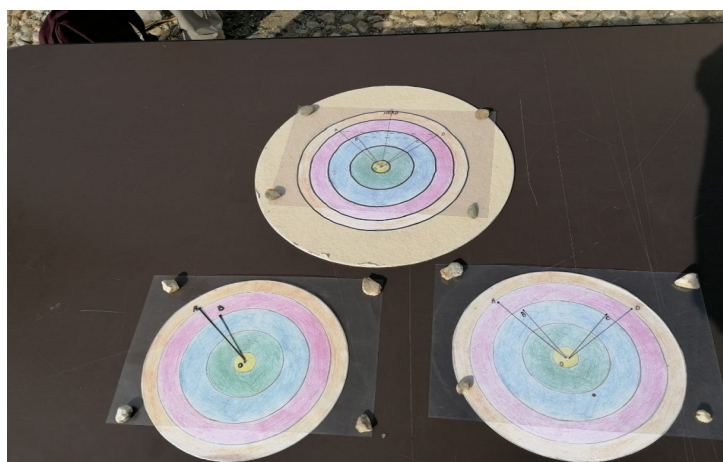


Figura 2. A e B sono due ombre segnate prima del mezzogiorno solare del luogo di osservazione; C e D sono due punti sugli stessi cerchi raggiunti dalla punta dell’ombra nel pomeriggio. In alto si vedono le due corde parallele che uniscono A con D e B con C. Nella foto non compare lo gnomone posto nel centro del disco giallo - Foto di Massimo Calabresi.

Il metodo detto dei Cerchi di uguale altezza, o dei Cerchi Indù, è basato su una serie di circonferenze concentriche, con al centro uno gnomone verticale, sulle quali viene segnato l'estremo dell'ombra di questo a diverse ore, prima e dopo il mezzogiorno vero locale: le coppie di punti dell'estremo dell'ombra che si trovano su una stessa circonferenza, indicano che due volte in una giornata il Sole ha raggiunto la stessa altezza angolare sull'orizzonte prima e dopo la sua culminazione (il punto più alto del cielo raggiunto in quel giorno) sul meridiano locale (e, in prima approssimazione, alla stessa distanza di tempo dal mezzogiorno solare). Facciamo attenzione al linguaggio usato e alla precisione richiesta per diversi scopi: se vogliamo essenzialmente capire il funzionamento dello strumento basterà questo livello di approssimazione. Dall'unione di tali coppie di punti si ha una serie di corde dei cerchi tracciati, corde che risulteranno tra loro parallele, se siamo stati abbastanza accurati, e parallele alla linea equinoziale, linea Est-Ovest: tali corde risultano a loro volta perpendicolari alla linea Nord-Sud e dall'unione dei loro punti medi, si ottiene la direzione cercata.

Gli strumenti che servono per trovare il meridiano con questo metodo, sono:

- un compasso o una corda per tracciare le circonferenze su un terreno pianeggiante;
- un bastone che serve da gnomone;
- servono poi dei segnalini per marcare i punti dei cerchi su cui arriva la fine dell'ombra dello gnomone e un filo o un righello per trovare i punti medi delle coppie di punti segnati sulla stessa circonferenza.

È necessario fare le registrazioni per un periodo di tempo intorno al mezzogiorno solare, prima e dopo di questo: ad esempio 2 ore prima e due ore dopo. Più registrazioni si effettuano e maggiore è la precisione ottenuta, perché si può fare una "media" tra le corde ottenute unendo le coppie di punti sulla stessa circonferenza. Con un'attenzione all'insegnamento, è utile considerare che si usano in questa attività diverse nozioni sia di carattere geometrico che astronomico, oppure, questa può essere l'occasione per incontrare, scoprire e iniziare a lavorare con tali aspetti. Tra questi:

- La conoscenza geometrica della simmetria assiale e centrale.
- Si incontrano simmetrie tra prima e dopo l'istante del mezzogiorno, in prima approssimazione,
 - rispetto al tempo perché si può verificare la stessa distanza temporale di due rilevazioni che portano alla stessa lunghezza dell'ombra,
 - e rispetto allo spazio sia per la stessa altezza angolare del Sole, che è la ragione per cui la punta dell'ombra cade due volte sullo stesso cerchio in una giornata, sia per l'azimut del Sole al passare delle ore, quindi della direzione dell'ombra.
- Il concetto stesso di altezza angolare di un astro sul piano orizzontale (altezza che è data da un angolo e non è una misura lineare!).
- Cos'è una corda in una circonferenza.
- Si esplicita e si usa che cos'è il punto medio di un segmento e cos'è la perpendicolare al segmento in quel punto e si verifica se tale perpendicolare passa anche per il centro dei cerchi concentrici.
- Lo gnomone deve essere perpendicolare alla superficie orizzontale su cui sono tracciati i cerchi concentrici.
- I cerchi devono essere tracciati su una superficie a giacitura orizzontale.

Sul meridiano locale culmina il Sole, ma anche ogni altro astro, nel suo moto osservato sopra l'orizzonte.

Il nome indù dei nostri cerchi rimanda all'India, dove lo studio dei moti celesti o "scienza dei luminari" (jyotish) ha origini antichissime. In tale paese troviamo ancora oggi questo strumento che viene dalla tradizione: i Cerchi Indù servono per trovare la direzione nord-sud, facendo uso di un bastone, di un gesso e di una cordicella. Così si trova il mezzogiorno, che in India è chiamata l'ora del cavallo. (Lanciano, 2019)



Figura 3. Con segnalini pesanti vengono marcati frequentemente i punti dell'estremo dell'ombra. Poiché le registrazioni sono effettuate in prossimità dell'equinozio di Settembre 2023, i segnalini si dispongono quasi su una retta - Foto di Massimo Calabresi.

2.1 I Cerchi Indù o di uguale altezza nella storia della gnomonica

Nella storia dell'astronomia troviamo indicazioni dell'uso dei Cerchi Indù ad esempio per tracciare una linea meridiana dentro un edificio: in tal caso i cerchi possono essere tracciati fuori dall'edificio e trasmessi a qualcuno che è vicino alla linea meridiana all'interno, oppure direttamente dentro l'edificio, sul pavimento dove deve essere tracciata la linea. Madame André Gotteland nel suo *Les Méridiennes du monde et leur histoire* (Gotteland, 2008) scrive "Per tracciare la sua linea meridiana, cioè determinare la direzione nord-sud, Pitea (il navigatore e geografo greco vissuto nel IV secolo a.C.) utilizza il metodo usato dagli egiziani per orientare le piramidi secondo i quattro punti cardinali. Pitea trova due posizioni simmetriche in cui il Sole è esattamente alla stessa altezza sopra l'orizzonte, ad esempio una a sud-est osservata 2 o 3 o 4 ore prima del passaggio in meridiano, e l'altra simmetrica a sud ovest 2 o 3 o 4 ore dopo il passaggio in meridiano. Pitea nella mattina segna sul suolo la posizione A, estremità dell'ombra dello gnomone, lascia passare il mezzogiorno in cui la lunghezza dell'ombra diminuisce, e che poi ricomincia lentamente ad allungarsi.

Nel pomeriggio sorvegla con attenzione l'istante in cui la lunghezza dell'ombra risulta uguale a quella della mattina e a quel punto segna il punto B sul pavimento. La direzione AB è la direzione est-ovest. È sufficiente allora tracciare la direzione perpendicolare, che passa per il piede dello gnomone, con una corda e Pitagora ha dimostrato che si ha così un triangolo i cui lati sono nel rapporto 3 – 4 – 5 tre coudeés e quattro coudeés di lunghezza per i lati dell'angolo retto, e 5 coudeés per l'ipotenusa. La linea meridiana è ormai tracciata e dà ogni giorno l'ora vera del mezzogiorno ora solare. La coudeé è il cubito, antichissima unità di misura lineare, che corrisponde circa a 45 cm.

Scriva Heilbron nel suo *Il Sole nella Chiesa* (Heilbron, 2005): "Così" scrisse Fontenelle "nel tempio di San Petronio era stato collocato un nuovo oracolo di Apollo o del Sole, che poteva essere consultato con fiducia riguardo a tutte le difficoltà dell'astronomia" un'osservazione spiritosa e pungente dal momento che i gesuiti all'epoca gradivano lo stato "di oracoli e prodigi della scienza". Molti matematici vennero a vedere il disegno di quella linea meridiana, che, alcuni, avevano ritenuto impossibile: ovviamente Grimaldi e Riccioli, Mengoli e altri dottori dell'università e un gruppo di sacerdoti.

Alle ore 15 precise fu mezzogiorno locale - secondo il sistema italiano di misurare il tempo civile, sistema non intuitivo, che iniziava a contare le ore mezz'ora dopo il tramonto - Cassini aveva disegnato sul pavimento alcuni cerchi, con il centro comune nel vertice della meridiana, e contrassegnato i punti di incontro del centro dell'immagine del disco solare con quei cerchi. Il Sole incontrò ciascun cerchio due volte, a uguali intervalli di tempo prima e dopo la sua culminazione. Poi, l'astronomo tracciò le corde congiungenti i punti contrassegnati su ciascun cerchio e le divise in due parti uguali. Quindi, disegnò la migliore retta passante dal vertice e dai vari punti di bisezione delle corde. Questa linea, la linea del mezzogiorno, era finalmente la linea meridiana. Sforava le colonne ma, come era stato annunciato, non ne toccava alcuna. Sembrava che San Petronio fosse stato disegnato per servire Dio, come osservatorio solare."

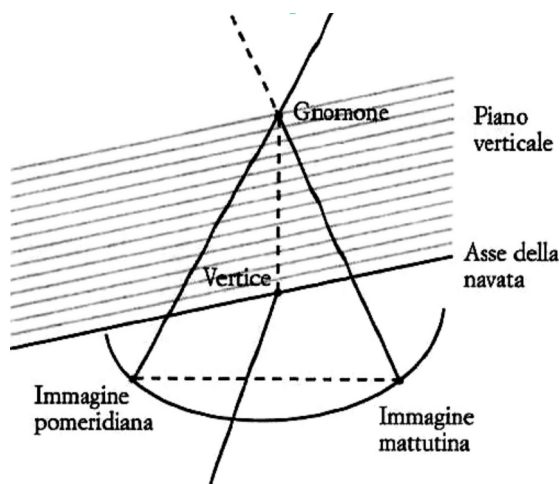


Figura 4. Dal testo di Heilbron: *Il Sole nella Chiesa* (p. 118).

Scriva l'astronomo Cacciatori a Palermo nel 1824: "In due maniere si poteva tracciare la direzione della linea meridiana:

- o seguendo i punti nei quali l'immagine del Sole, prima e dopo il mezzodì, passa per cerchi concentrici al piede dello gnomone e pigliando il mezzo degli archi frapposti;
- oppure per mezzo di un esatto e ben regolato cronometro, segnando i punti in cui corrisponde il centro del Sole nell'istante del mezzodì. ... ma la vicinanza della Specola offrì un mezzo più pronto: allo strumento dei passaggi si davano dalla specola due segni quando il primo bordo del Sole toccava il meridiano e quando il bordo seguente lo lasciava: nell'istante medesimo nella chiesa venivano segnati con diligenza i punti a cui corrispondeva l'immagine del Sole: il punto di mezzo era il meridiano".

3. Archeoastronomia sperimentale: misurare angoli dall'antichità al giorno d'oggi

Vengono mostrati e usati diversi metodi e strumenti per valutare misure angolari nello spazio tridimensionale, con diversi livelli di approssimazione: tali strumenti hanno dei vincoli per essere utilizzati su piani con giaciture diverse nello spazio. Sono in parte strumenti storici che troviamo nei musei di Astronomia, strumenti che noi replichiamo in modo semplificato e "povero" o strumenti ideati nell'ambito dell'insegnamento dell'Astronomia.

Premettiamo che un oggetto, ad esempio una stecca di legno, può diventare ad esempio un compasso, e questo è uno strumento per tracciare cerchi o riportare misure uguali, cioè un oggetto a cui sono attribuite modalità di uso, e che viene prodotto per scopi espliciti e condivisi. Uno strumento fa parte della produzione di una cultura, di un'epoca, di un paese... È dunque un oggetto che ha una storia e che può cambiare a seconda dei materiali a disposizione, dell'uso specifico, del luogo dove è prodotto: pensiamo ad esempio al compasso di Euclide, a quello di Mascheroni, a quello di Galileo ...



Figura 5. Foto di alcuni strumenti dell'autrice: lo strumento altazimutale, la balestra celeste e uno strumento per misurare l'altezza di un astro.

Possiamo misurare le distanze angolari tra i più svariati oggetti: tra le cime di due alberi, tra il Sole e la cima di un monte o tra il Sole e la Luna: se gli oggetti osservati sono vicini a noi, come nel caso degli alberi, la distanza angolare varia notevolmente in funzione della posizione di chi osserva rispetto all'oggetto osservato a causa di un effetto di parallasse, mentre quando ci riferiamo a oggetti assai lontani, come gli astri nel cielo, non ci saranno differenze apprezzabili, perché il nostro punto di vista è a grandissima distanza dagli oggetti esaminati e determinato dalla posizione della Terra. Quali sono le distanze angolari che si possono misurare nel cielo?

- Tra la Terra e il cielo. Possiamo calcolare il variare delle distanze angolari che separano un astro dalla linea dell'orizzonte.
- Tra le stelle. Le distanze angolari tra le stelle non variano. Per questo motivo sono state chiamate "stelle fisse". Si può arrivare a disegnare con una certa precisione la forma di una costellazione dividendola in triangoli e facendo corrispondere, al segmento che unisce idealmente due stelle, la loro distanza angolare.
- Tra il Sole e la Luna. Il variare della distanza angolare tra il Sole e la Luna può essere confrontata giorno dopo giorno e messa in relazione con le fasi della Luna (si veda il Goniometro del Sole e della Luna).
- Tra la Luna e le stelle. Ogni notte è possibile osservare e calcolare la distanza tra la Luna e quelle stelle, più luminose e riconoscibili, che fanno da sfondo al suo spostamento tra le costellazioni dello Zodiaco. È così possibile rendersi conto, prevedere e seguire gli spostamenti del nostro satellite lungo l'Eclittica: bastano poche ore per avere uno spostamento significativo.
- Tra i pianeti. Per seguire gli spostamenti dei pianeti tra loro, o in riferimento alle stelle nella zona dello Zodiaco, sono in genere necessari tempi più lunghi di osservazione. Già a distanza di poche settimane, tuttavia, si possono confrontare distanze e posizioni reciproche, avvicinandosi alla conoscenza diretta dei moti planetari.

3.1 La spanna

L'uso della spanna è un diffuso metodo con molte varianti, che utilizza la proporzione quasi costante nel corpo umano, tra la distanza occhio-mano e la distanza pollice-mignolo, con la mano ben aperta. La spanna si può utilizzare

per misure fino a 45° , pari a due spanne con il braccio ben teso, perché dopo 2 spanne affiancate il braccio che si sovrappone all'altro non è più teso e quindi non mantiene la proporzione tra la distanza della mano dall'occhio e l'ampiezza della spanna. La mano ben aperta è vista dall'occhio sotto un angolo di circa 22° , il pugno chiuso sotto un angolo di 9° e il pollice sotto un angolo di $2,5^\circ$. Durante la crescita queste misure non sono del tutto rigorose, ma sono comunque sufficienti per fare delle stime: si tratta di una misurazione approssimativa, ma significativa (vedi Figura 6).

3.2 La balestra celeste

La balestra celeste è utile per misurare angoli fino a 60° , letti direttamente sullo strumento graduato, con la precisione di 1° . La balestra, come indicato nella Figura 5, è formata da un bastone diritto e da un legno piegato ad arco di 60 cm e diviso in 60 tacche equidistanti.

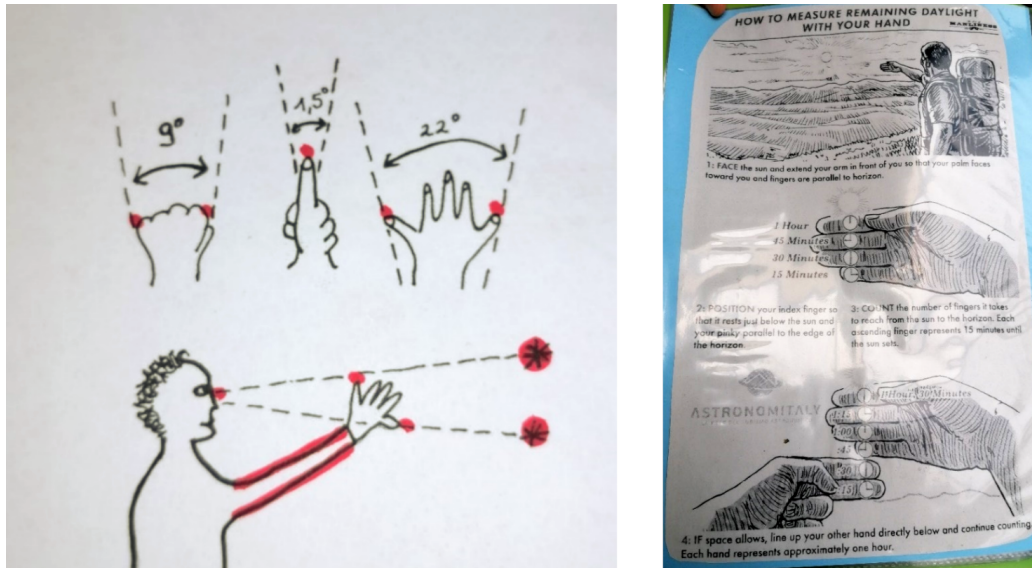


Figura 6. A sinistra Misure angolari con l'uso della spanna, del pugno e del pollice; a destra altri modi di utilizzare le dita per stimare distanze angolari.

Poggiando l'estremo libero del bastone della balestra allo zigomo, sotto l'occhio, l'arco scandito in centimetri dà la distanza angolare tra i due oggetti di cui abbiamo scelto di misurare la distanza. Se puntiamo, per esempio, la balestra in direzione dell'Orsa Maggiore e desideriamo misurare la distanza che separa le due ultime stelle della coda, facciamo corrispondere il grado zero della balestra alla prima stella e ci accorgiamo che la seconda stella si trova in corrispondenza della tacca 5 della balestra. Poiché i centimetri della balestra corrispondono ai gradi... questo vuol dire che la distanza angolare tra le stelle prese in considerazione è di 5° , come illustrato di seguito nelle indicazioni per la costruzione della balestra.

Il triangolo OAB, avendo l'angolo al centro di 60° ed essendo isoscele, risulta equilatero.

Quindi deve essere:

$$OA = OB = AB = 57,3 \text{ cm},$$

quindi:

$$AC = CB = 57,3 : 2 = 28,6 \text{ cm}.$$

Per il teorema di Pitagora: $OC^2 = OA^2 - AC^2$

$$OC \times OC = 3282,3 - 817,9 = 2465,4$$

$$OC = 49,7 \text{ cm}$$

$$CD = 57,3 - 49,7 = 7,6 \text{ cm}$$

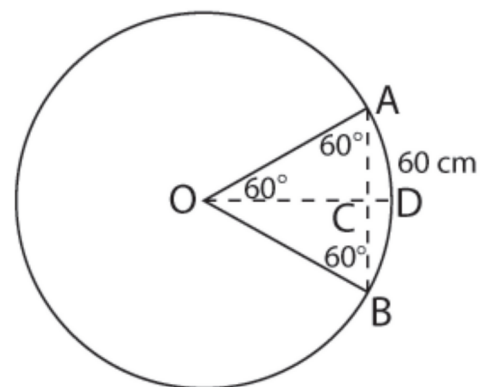


Figura 7. Schema geometrico per la costruzione della balestra celeste.

Come costruire una balestra celeste? Tutte le circonferenze hanno un angolo al centro di 360° ma non tutte sono lunghe uguali. Partiamo da una circonferenza lunga proprio 360 cm: un centimetro per ogni grado. La scelta di questa

misura ci permette di semplificare i calcoli. Quindi l'arco ADB (Figura 7) che corrisponde ad un angolo al centro di 60° è lungo 60 centimetri.

Cerchiamo allora la misura del raggio di questa circonferenza di 360 cm: se $2 \times 3,14 \times r = 360$ cm, allora $r = 360 : (2 \times 3,14) = 57,3$ cm.

La misura di 57,3 cm corrisponde dunque alla misura del raggio cercato e corrisponde ai segmenti $OA = OD = OB$ della Figura 7. Ma è anche pari alla lunghezza della corda AB perché la balestra abbia la giusta curvatura.

L'arco ADB misura 60 cm ed è l'arco della balestra che vogliamo costruire. Il centro del cerchio O corrisponde al punto in cui si mette l'occhio. Il segmento OCD è il bastone della balestra. ACB è invece la corda tesa, lunga esattamente 57,3 cm, che serve a tenere l'arco con la giusta curvatura e che interseca il bastone OD a 7,6 cm dalla fine, come risulta dal calcolo riportato.

3.3 Il bastone di Giacobbe

Un altro strumento per misurare le distanze angolari è il bastone di Giacobbe o arbaletto o balestriglia. Ma si tratta di strumenti di lettura meno immediata, rispetto alla balestra celeste, delle distanze angolari osservate.

Il bastone di Giacobbe è formato da un'asta graduata, detta freccia, che ha un piccolo traguardo (un anellino) collocato a una estremità. Una seconda asta graduata, perpendicolare alla prima, è detta martello e ha due traguardi alle sue estremità.

Spostando il martello lungo la freccia, si osserva attraverso il traguardo la freccia, in modo da allineare i traguardi del martello con gli astri o gli oggetti (Sole da orizzonte, distanza tra due punti inaccessibili, altezza di un albero da terra...) di cui misurare la distanza angolare. Poiché la distanza tra i due traguardi del martello è fissa, dalla distanza del martello dall'occhio si può ricavare, attraverso la similitudine, o la trigonometria, la distanza angolare tra gli oggetti osservati.



Figura 8. Il bastone di Giacobbe.

3.4 Strumenti altazimutali

Tali strumenti permettono una o due misure angolari con lo stesso puntamento. Con il teodolite è possibile registrare le coordinate di un astro espresse in gradi rispetto all'orizzonte. (Figura 5 e Figura 9).

Tramite il teodolite è possibile infatti misurare gli angoli su due piani particolari: il piano con giacitura orizzontale e quello con giacitura verticale. Si tratta di uno strumento formato da un cerchio graduato (di 360°) di base su cui può ruotare un quadrante ($0^\circ - 90^\circ$) in posizione perpendicolare: i due goniometri permettono di stimare le due misure angolari di un astro: l'azimut, rispetto alle direzioni sul piano dell'orizzonte, e l'altezza angolare dell'astro dal piano orizzontale.

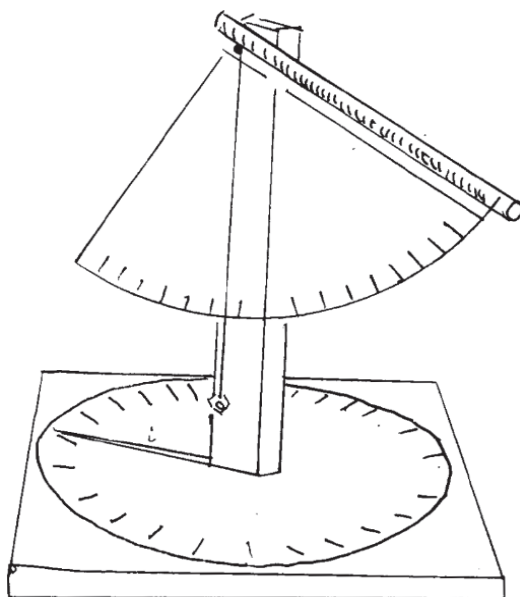


Figura 9. Schema grafico di un teodolite.

Lo strumento presente nella Figura 10 che chiamiamo "acchiapparaggi" è formato da un solo goniometro e permette di "acchiappare" un raggio di Sole e misurare l'altezza angolare del Sole sull'orizzonte, cioè l'angolo tra la direzione del Sole e il piano orizzontale. Per realizzarlo si traccia su un cartoncino un goniometro di 180° .

Si fissa uno spago di almeno 5 cm più lungo del raggio del goniometro nel centro della graduazione e si lega sulla cima libera dello spago un bulloncino d'acciaio o una chiave, in modo che diventi un "filo a piombo". Si fissa un tubo di cartone al goniometro.

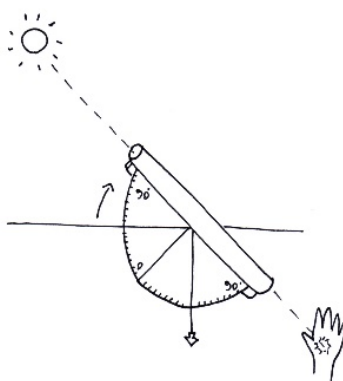


Figura 10. Acchiapparaggi.

Una volta realizzato l'acchiapparaggi si rivolge un'estremità del tubo in direzione del Sole e si tiene il goniometro sul piano verticale in modo che il filo a piombo sia libero. Se si mette la mano, o un foglio bianco, davanti all'estremità opposta del tubo e lo si muove fino a che non si forma sulla mano un cerchio di luce: invece, su una superficie

orizzontale si formerà un'ellisse. Il filo a piombo indicherà sul goniometro la misura dell'altezza del Sole sull'orizzonte. Possiamo poi chiederci: Che angolo indica il filo a piombo se si guarda un oggetto all'orizzonte? E se si guarda esattamente sopra la propria testa, in alto nel cielo? Si può utilizzare l'acchiapparaggi anche per misurare l'altezza angolare della Luna sopra l'orizzonte, o di un pianeta o di una stella traguandandoli attraverso il tubo.

3.5 La diottra

Nella storia, uno dei primi strumenti che è stato usato per misurare una distanza angolare è forse la diottra, che si fa risalire ad Archimede (III secolo a.C.).

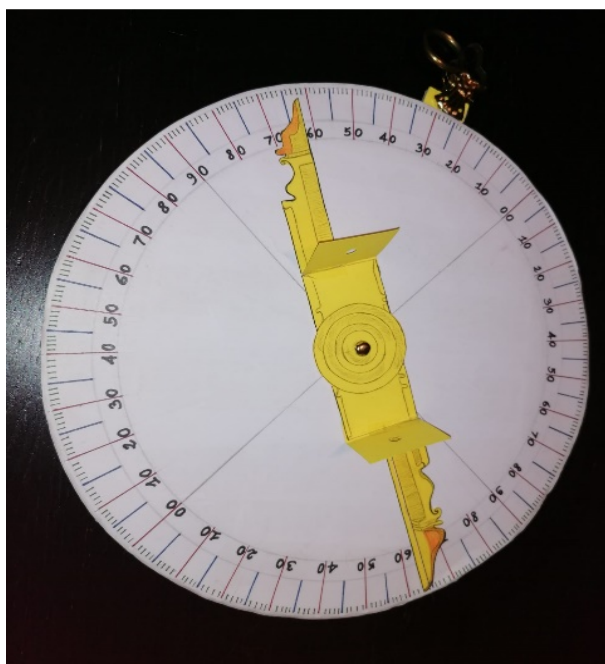


Figura 11. Diottra dell'autrice - Foto di Massimo Calabresi.

Archimede ne parla nell'Arenario come di uno strumento che serve a misurare il diametro del Sole, cioè l'angolo che ha come vertice l'occhio dell'osservatore e come corda il diametro solare, visto dalla Terra. In questo caso si tratta di un angolo piccolissimo. Se si prova a nascondere il Sole con una moneta, tenendo il braccio ben teso, molti penseranno che è un dischetto troppo piccolo e invece... si accorgeranno che basta l'unghia del dito mignolo per coprire il disco del Sole o della Luna Piena, che misurano entrambi solo mezzo grado.



Figura 12. Il goniometro del Sole e della Luna - Foto di Massimo Calabresi.

La diottra posizionata ad esempio su un cavalletto, può servire a misurare la distanza angolare tra due oggetti sia celesti che terrestri. È lo strumento usato nel metodo delle triangolazioni per misurare il meridiano terrestre in diverse circostanze nei secoli XVIII- XIX. (Lanciano, Martinez, 2022).

3.6 Il goniometro del Sole e della Luna

Questo artefatto è stato ideato per l'insegnamento dell'Astronomia e può essere usato come strumento per identificare in quale direzione si trova la Luna, se ne conosciamo la fase, quando si vede il Sole sopra l'orizzonte, oppure, se si vede la Luna, per identificarne l'età.

Infatti, osserviamo il Sole e la Luna ruotare sopra l'orizzonte. Dal nostro punto di vista "si inseguono", "si raggiungono", "si allontanano", "si eclissano". Per questo talvolta vediamo la Luna al mattino (quando è calante), al pomeriggio (quando è crescente) o durante la notte (quando è piena o quasi). Il centro dello strumento è il punto da cui guardiamo il Sole e la Luna.

4. Conclusioni

L'uso di strumenti poveri e facilmente realizzabili è di particolare interesse anche oggi, per le attività didattiche a tutti i livelli di età. Per l'apprendimento è infatti particolarmente efficace manipolare oggetti, costruirli per coglierne tutti i particolari, per verificare le limitazioni e le possibilità di ciascuno di essi. Vedere strumenti del passato nei musei sarà più interessante per chi ne ha costruiti e, per chi ha avuto l'occasione di usarli, sarà più facile riconoscerli anche se di dimensioni o materiali diversi.

In un'epoca di grande uso del virtuale è indispensabile, peraltro, offrire occasioni di toccare e utilizzare, nello spazio reale, strumenti che altrimenti restano "scatole nere" su cui è difficile interrogarsi. Tali attività sono quindi necessarie per costruire una mentalità scientifica, per interrogarsi sulla storia della scienza e per imparare a guardare con occhi critici strumenti alla base delle attività di ricerca nei diversi settori dell'Astronomia.

Ringraziamenti: Le fotografie di questo testo fatte a Torino durante la Scuola sono di Massimo Calabresi che ringrazio per la cortesia di averle condivise con me.

Bibliografia

- Cacciatore, N. (1824). *Giornale di scienze, lettere ed arti per la Sicilia*. Palermo. (Citato in Lanciano & Celi, 1998).
Lanciano, N., & Celi, V. (1998). Linee meridiane interne in Sicilia. *Astronomia*, 3, 25–32.
Gotteland, A. (2008). *Les Méridiennes du monde et leur histoire* (Vol. 1). Le manuscrit Recherche Université.
Heilbron, J. L. (2005). *Il Sole nella Chiesa*. Editrice Compositori.
Lanciano, N. (2019). *Strumenti per i giardini del cielo* (IV Ed.). Asterios.
Lanciano, N., & Martinez, E. J. (2022). La medida de la Tierra: Historia de la Ciencia, Matemática y Geografía. *SUMA*, 102, 19–30.



Nicoletta Lanciano. Laureata in matematica all'Università La Sapienza (1977) ha un Dottorato in Didattica dell'Astronomia all'Università di Ginevra (1996). È Professoressa Associata all'Università La Sapienza dove insegna Didattica delle scienze e Didattica della geometria e dello spazio. Fa ricerca sui processi di insegnamento-apprendimento in matematica e astronomia e sulla formazione dei docenti. È responsabile del Gruppo di ricerca sulla pedagogia del cielo del MCE. È nel Direttivo della SIAAC.

Il rilievo dell'orientazione di un edificio con metodologia satellitare e classica

Simone Bartolini^{1,*}

¹ Istituto Geografico Militare

*Corrispondente: simo.bartolini@tiscali.it

Sommario: Fin dai tempi antichi, l'uomo ha sviluppato sistemi, i più possibili semplici ed affidabili, al fine di determinare sia la posizione del luogo della superficie terrestre in cui egli si trovava, sia la direzione verso cui si stava muovendo. Senza dubbio le stelle hanno rappresentato per secoli il mezzo più intuitivo e sicuro per risolvere questo problema, e per creare le basi di un riferimento geodetico locale indispensabile per il rilievo del territorio e la produzione di una cartografia geometrica. I rilievi degli edifici e delle loro orientazioni, che fino a pochi decenni fa venivano effettuati soltanto con teodoliti e stazioni totali elettroniche, ora possono essere integrati con l'impiego di strumenti GPS per determinare le coordinate di alcuni punti con elevata precisione e quindi per calcolare i relativi azimut.

Parole Chiave: cartografia, teodoliti, stazioni totali elettroniche.

Abstract: Since ancient times, man has developed systems, as simple and reliable as possible, in order to determine both the position of the place on the earth's surface where he was and the direction in which he was moving. Undoubtedly the stars have for centuries been the most intuitive and secure means of solving this problem, and of creating the basis of a local geodetic reference essential for surveying the land and producing geometric cartography. Surveys of buildings and their orientations, which until a few decades ago were carried out only with theodolites and electronic total stations, can now be supplemented with the use of GPS instruments to determine the coordinates of certain points with high accuracy and then to calculate their azimuths.

Keywords: cartography, theodolites, electronic total stations.

Citation: Bartolini, S. Il rilievo dell'orientazione di un edificio con metodologia satellitare e classica. SIAAC Magazine 2026, 1

Received: 4th May 2024

Accepted: 4th June 2024

Published: June 2026

Publisher's Note: SIAAC Magazine stays neutral with regard to jurisdictional claims in published maps and institutional affiliations.



Copyright: © 2026 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY-NC 4.0) license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed>).

1. Introduzione

Fin dai tempi antichi, l'uomo ha sviluppato sistemi, il più possibile semplici ed affidabili, al fine di determinare sia la posizione del luogo della superficie terrestre in cui egli si trovava, sia la direzione verso cui si stava muovendo. Senza dubbio le stelle hanno rappresentato per secoli il mezzo più intuitivo e sicuro per risolvere questo problema, e per creare le basi di un riferimento geodetico locale indispensabile per il rilievo del territorio e la produzione di una cartografia geometrica.

Agli inizi degli anni '80 del secolo scorso, con lo sviluppo della tecnologia satellitare, il rilievo geodetico è stato oggetto di una grande rivoluzione, con gli strumenti GPS (Global Positioning System), poi diventati GNSS (Global Navigation Satellite System), la determinazione di coordinate diventa molto semplice. Difatti tale sistema di rilievo presenta numerosi vantaggi: precisione, rapidità, economicità, semplicità.

L'acronimo GNSS indica l'insieme di tutte le costellazioni di satelliti artificiali terrestri per la navigazione degli utenti, ovvero quelle applicazioni in cui è necessario stimare la posizione con elevata frequenza di aggiornamento e in tempo reale: l'applicazione più diffusa è senz'altro il navigatore impiegato con un'autovettura per raggiungere una meta. Questa tipologia di impiego ha requisiti di accuratezza di alcuni metri, ma la tecnologia satellitare permette di effettuare rilevamenti nel campo topografico e geodetico con accuratezze centimetriche e anche millimetriche (Biagi, 2009).

2. Reti geodetiche di inquadramento nazionale e globale

La determinazione delle coordinate di un insieme di punti in un sistema di riferimento comune è stata eseguita in Italia dall'Istituto Geografico Militare, in Europa dai vari Enti

nazionali. Storicamente si è passati da riferimenti locali a riferimenti sempre più globali grazie alla possibilità di compiere misure sempre più precise e diversificate. Sino al 1930 l'Italia disponeva di vertici di inquadramento ben poco collegati a quelli delle altre nazioni. I vertici di maggior precisione dal punto di vista planimetrico erano detti vertici trigonometrici della rete del primo ordine. Tali vertici, distanti fra loro di circa 40-60 km furono calcolati principalmente con misure angolari e con poche misure di distanza (dette basi geodetiche). Le coordinate dei vertici trigonometrici della rete geodetica classica sono state determinate con una precisione di qualche decimetro.

I punti così determinati sono i vertici di tanti triangoli che nel loro insieme costituiscono una maglia di triangoli denominata rete di triangolazione (Figura 1). Tali vertici trigonometrici sono materializzati da particolari fisici costituiti da campanili, torri, pilastri in muratura ecc., aventi la caratteristica di essere inter-visibili per poter effettuare le misure angolari.



Figura 1. Grafico della rete di triangolazione italiana con alcuni esempi di vertici trigonometrici.

A partire dagli anni '50 del secolo scorso furono disponibili, anche se non furono subito molto diffusi, i primi distanziometri ad onde. Ciò permise di misurare con più facilità e più precisione anche distanze molto lunghe, irrigidire la rete nazionale e collegare con maggior precisione la rete nazionale a quella Europea per poter giungere ad un unico sistema di riferimento. Lo schema di misura a triangoli nei quali si misurano con precisione tutti gli angoli, detto di triangolazione, venne abbandonato a favore di schemi ancora triangolari o quadrangolari nei quali si misurano tra i vertici, angoli e distanze con la stessa precisione.

La possibilità di disporre di un sistema di riferimento unico per tutto il globo, a cui poter riferire i prodotti cartografici, geodetici e gravimetrici, è stata inseguita per molti anni; infatti sono intuitivi i molteplici vantaggi, sia in campo scientifico che applicativo, derivanti dal poter utilizzare un unico sistema di coordinate per tutta la Terra (Leica, 2003). Pertanto, di pari passo allo sviluppo della tecnologia satellitare, negli anni '80 del secolo scorso fu possibile l'adozione di un Sistema di Riferimento Globale: il WGS84, World Geodetic System 1984 (Maseroli, 1995).

Successivamente, la comunità scientifica internazionale definì un Sistema equivalente al WGS84: l'ITRS (International Terrestrial Reference System).

Il sistema di riferimento ha:

- origine delle coordinate coincidente con il centro di massa;
- asse Z diretto verso il Polo Nord terrestre convenzionale (CTP – Conventional Terrestrial Pole) definito dal BIH (Bureau International de l'Heure) al 1984.0;
- asse X intersezione fra il piano meridiano di Greenwich definito dal BIH al 1984.0 e il piano equatoriale associato (CTP);
- asse Y completa una terna cartesiana destrorsa.

Essendo legato ad elementi convenzionali della Terra, e non alla crosta terrestre, l'ITRS è in grado di registrare i movimenti delle placche tettoniche e quindi obbliga a prevedere una continua evoluzione nel tempo.

Infine, la comunità scientifica internazionale europea definisce un Sistema equivalente all'ITRS: l'ETRS89 (European Terrestrial Reference System 1989), il sistema di riferimento adottato in Europa.

In Italia, con l'ausilio della nuova metodologia satellitare, l'IGM realizza fra il 1992 e il 1996 la rete IGM95 (Surace, 1993). In origine era composta da 1230 punti distribuiti sul territorio nazionale con interdistanza media di circa 20 km (Bianchi, 1995). Fu determinata interamente con metodologia GPS, completamente indipendente dalla rete trigonometrica classica e inquadrata nel Sistema ETRF89 (Surace, 1997), vedi Figura 2.

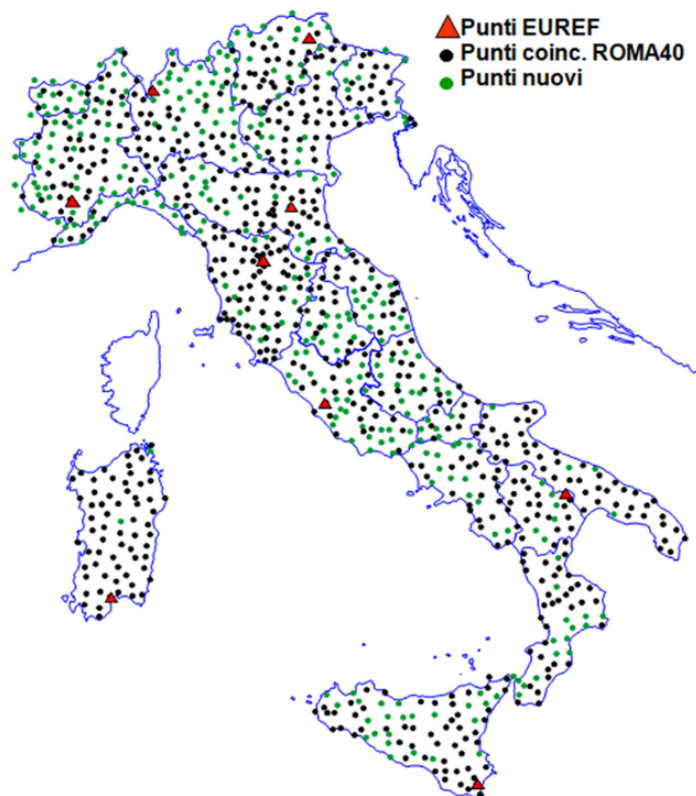


Figura 2. Grafico dell'Italia con la distribuzione dei punti della rete geodetica IGM95 al suo impianto.

I punti della rete IGM95 hanno la seguente precisione:

Planimetria: $s_{95\%} = 25 \text{ mm}$

Quota: $s_{95\%} = 40 \text{ mm}$

Complessivamente la precisione è data da un vettore nello spazio di circa 5 cm.

Il successivo sviluppo della tecnologia ha reso possibile la realizzazione della Rete Dinamica Nazionale (RDN); realizzata nel 2008, è composta da più di 100 stazioni aventi le seguenti caratteristiche (BARONI 2009):

- distribuite omogeneamente sul territorio nazionale con interdistanza di 100-150 Km;
- ricezione continua del segnale satellitare;
- trasmissione via telematica al centro di calcolo presso l'IGM;
- ricalcolo della rete IGM95 da ETRF89 a ETRF2000.

La RDN è il mantenimento di un riferimento di precisione ($\text{eqm} < 1 \text{ cm}$ in planimetria, $< 1.5 \text{ cm}$ in quota), tale da supportare anche le tecnologie più esigenti, consentendo di dotare la nazione di un Riferimento Geodetico in linea con

i tempi, dotato di caratteristiche adatte per qualunque attività geodetica e anche per le applicazioni che richiedono le precisioni più elevate.

In definitiva, i dati geotopografici relativi al territorio nazionale italiano sono riferiti di norma ad uno dei seguenti Sistemi Geodetici di Riferimento (Surace, 1998):

- ETRF2000 epoca 2008.0, realizzazione del sistema globale ETRS89 adottato dall'Europa, materializzato dalla Rete Dinamica Nazionale e divenuto obbligatorio a livello nazionale in seguito del DM 10 novembre 2011 (Maseroli, 2022);
- ETRF89, realizzazione del sistema globale ETRS89 adottato dall'Europa, utilizzato in Italia dal 1996 al 2008, ed inizialmente indicato anche nei documenti IGM, in maniera non del tutto corretta, come WGS84;
- ED50 (European Datum 1950), sistema europeo utilizzato in Italia a scopi cartografici dagli anni '60 del '900 fino al 1996; a questo sistema si riferisce ancora il taglio di gran parte delle carte topografiche del territorio nazionale e della Carta Tecnica Regionale;
- ROMA40, storico sistema nazionale utilizzato fino agli anni '60 del '900; in questo sistema è ancora espressa una parte della Carta Tecnica Regionale.

3. Metodi di rilievo satellitare

Il rilevamento tramite strumentazione GPS o GNSS offre varie soluzioni in base agli strumenti impiegati e alla precisione che si vuole ottenere. Sinteticamente si possono adottare le seguenti metodologie (Biagi, 2009):

- Posizionamento assoluto

Le coordinate di un punto vengono determinate con un unico ricevitore (molto semplice e poco costoso) mediante misure rispetto ai soli satelliti. La determinazione delle coordinate avviene in tempo reale con precisione di circa 5 m. Adatto per navigazione, rilievi forestali, geologici ecc.

- Posizionamento relativo statico

Le coordinate di un punto vengono effettuate con un ricevitore che acquisisce i segnali dei satelliti più una correzione calcolata da una stazione base in posizione nota. Determinazione della differenza di coordinate (baseline) tra due o più punti occupati contemporaneamente da ricevitori. L'elaborazione viene effettuata in post-processing, non in tempo reale, con precisione di circa 3-5 cm.

- Posizionamento relativo in tempo reale NRTK (Network Real Time Kinematic)

Nel protocollo Cinematico Network RTK (NRTK), lo strumento GPS riceve la correzione da una rete di stazioni permanenti collegate con GSM. La determinazione delle coordinate avviene in tempo reale con precisione di circa 5-10 cm.

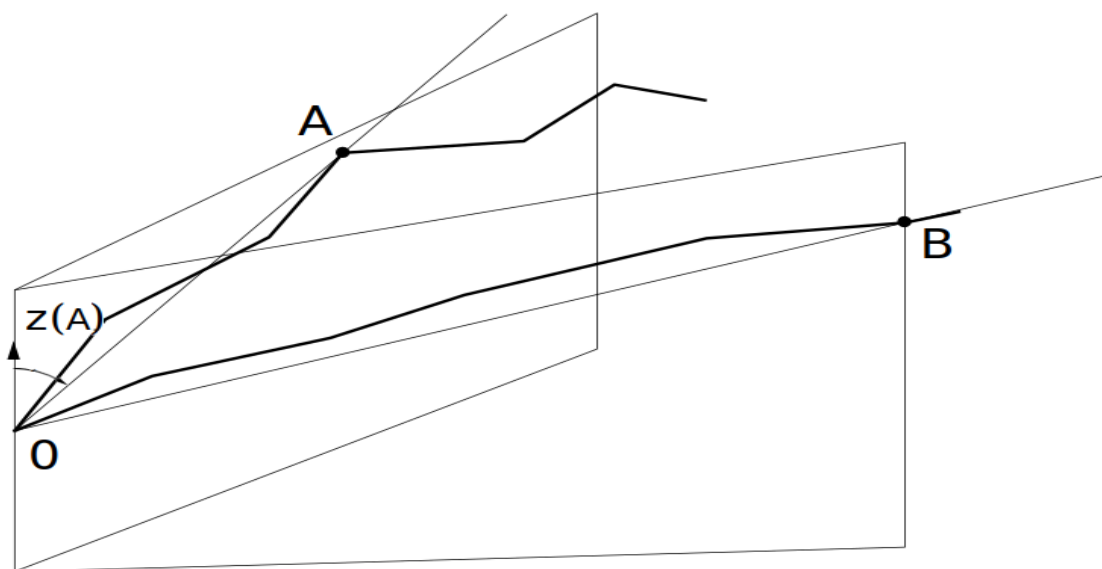


Figura 3. Definizione di angoli azimutali e zenitali.

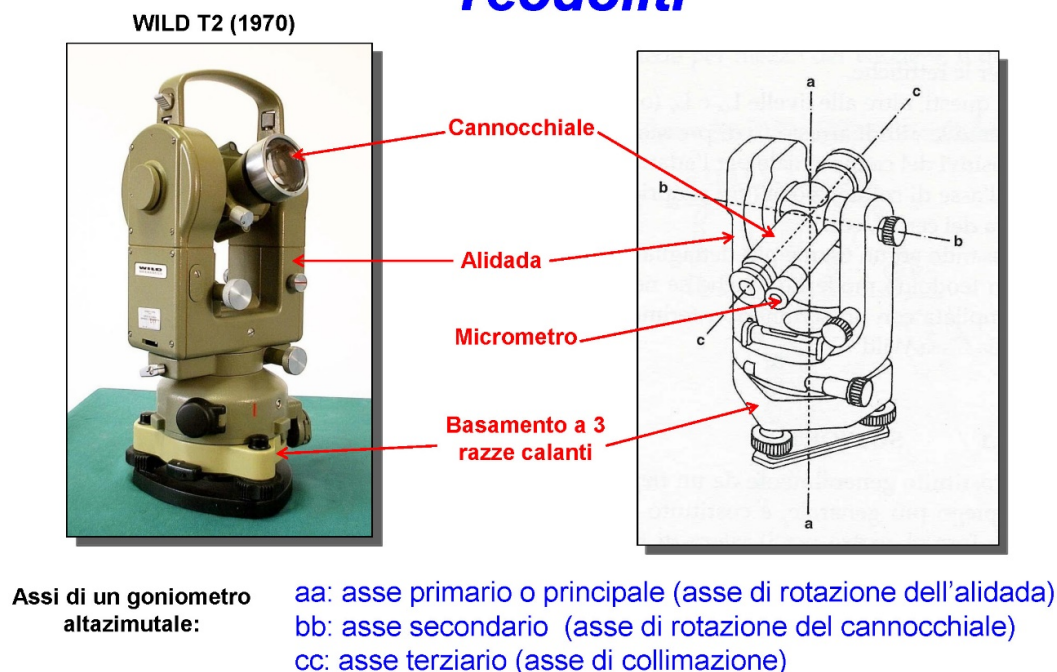
4. La misura di angoli nel campo topografico

In topografia si fa largo uso della misura di angoli (in passato quasi esclusivamente). Si definisce angolo azimutale $\widehat{AOB}$ la sezione normale dell'angolo diedro formato dai due piani del fascio che ha per generatrice la verticale n per O e passanti per A e B (Figura 3).

Si definisce angolo zenitale del punto A , l'angolo $Z(A)$ appartenente al piano verticale passante per O ed A definito dalla verticale n e dal vettore OA (Manzino, 2000).

Per la misura di angoli azimutali e zenitali si utilizzano goniometri particolari denominati teodoliti. Lo schema del teodolite è rappresentato in Figura 4.

Teodoliti



Renzo Maseroli 26/05/2015

5

Figura 4. Schema di un teodolite tradizionale.

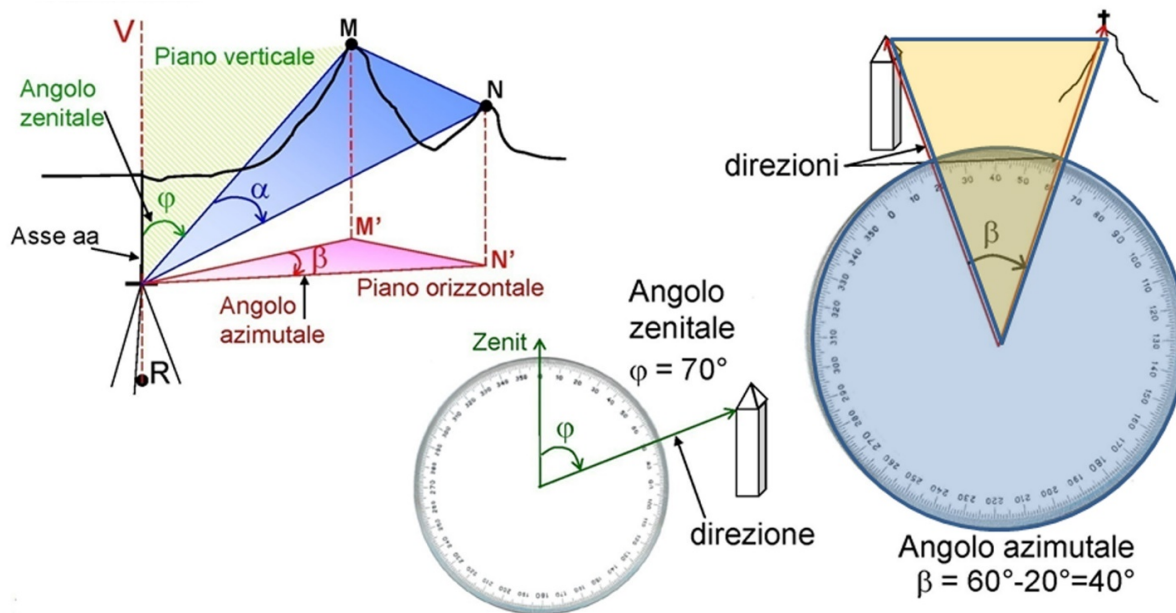


Figura 5. Misura di angoli azimutali e zenitali; aa asse primario o principale (asse di rotazione dell'alidada), bb: asse secondario (asse di rotazione del cannocchiale), cc: asse terziario (asse di collimazione).

Gli angoli azimutali (sul piano orizzontale) e zenitali (sul piano verticale) si misurano con i goniometri topografici (Figura 5), strumenti dotati di un cerchio graduato in vetro (oggi elettronico) e, data la lontananza dei punti da misurare, di un "collimatore" a cannocchiale.

La classificazione dei goniometri per la misura degli angoli può essere fatta in base al loro assetto (Figura 6) e pertanto si chiamano (Incerpi 1980):

- Equatoriali, il piano del goniometro è parallelo al piano equatoriale;

- Altazimutali, il goniometro per la misura degli angoli azimutali è orizzontale e quello per la misura degli angoli zenitali è sul piano verticale.

I goniometri altazimutali a loro volta si suddividono in:

- Azimutali (misurano soltanto gli angoli sul piano orizzontale);
- Ecclimetri (misurano soltanto gli angoli sul piano verticale);
- Universali (misurano sia gli angoli orizzontali che quelli verticali).

I goniometri universali si possono suddividere in relazione alla precisione di misura degli angoli in:

- Tacheometri (precisione maggiore di 5 secondi sessagesimali);
- Teodoliti (precisione da frazioni di secondo a qualche secondo sessagesimale).

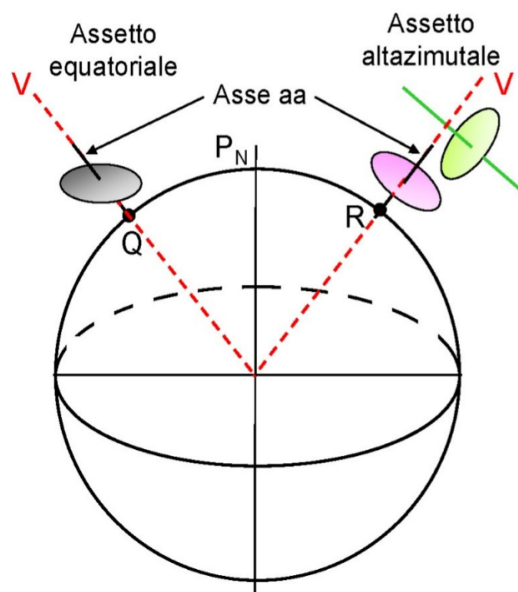


Figura 6. I due assetti per la classificazione dei goniometri per la misura degli angoli.

5. Schema di funzionamento del teodolite

Il sistema di funzionamento di questi strumenti è di tipo meccanico, il sistema di lettura dei cerchi può essere ottico e/o elettronico. La prima operazione che è possibile compiere è rendere verticale l'asse di rotazione aa, od asse primario, attorno a cui ruota un supporto ad «U» detto alidada.

Fra i bracci dell'alidada è incernierato il cannocchiale ruotante attorno all'asse secondario bb. Si definisce infine asse di collimazione cc l'asse congiungente il centro del reticolo, (che è l'organo che permette il puntamento di un particolare) col punto nodale interno del sistema obiettivo (Figura 7).

Le condizioni costruttive fondamentali di un teodolite sono:

a) aa e bb devono passare rispettivamente per il centro del cerchio orizzontale e verticale

L'eccentricità dell'alidada si elimina totalmente con le letture agli indici opposti;

b) aa e bb devono essere perpendicolari rispettivamente al cerchio orizzontale e verticale

Data la precisione raggiunta oggi dalla meccanica l'eventuale errore residuo non ha praticamente influenza;

c) Gli assi aa, bb e cc si devono incontrare in un punto: centro dello strumento

L'eccentricità del cannocchiale si elimina totalmente facendo la media delle letture nelle due posizioni coniugate del cannocchiale¹;

d) La graduazione dei cerchi deve essere corretta

Si elimina leggendo più volte l'angolo nei diversi settori dei cerchi (reiterazione o ripetizione); i moderni teodoliti elettronici eseguono automaticamente letture su tutto il cerchio, fornendo un valore praticamente assente dall'errore di graduazione.

A strumento rettificato questi assi devono essere a due a due perpendicolari fra loro; l'intersezione ideale di questi assi definisce il cosiddetto centro strumentale.

1 Per lettura degli angoli nelle due posizioni coniugate del cannocchiale si intende la procedura che prevede di effettuare una prima collimazione e lettura di una mira, capovolgere il cannocchiale ed eseguire la seconda lettura dell'angolo per poi fare la media tra le due misure angolari.

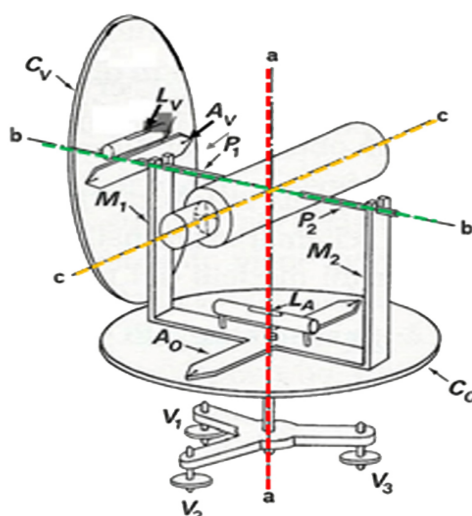


Figura 7. Schema di un teodolite tradizionale con evidenziati i suoi assi.

L'utilizzo di un teodolite presuppone alcune operazioni di verifica e rettifica dell'utente, che si possono così riassumere:

1) aa deve essere verticale

Esempio delle operazioni con teodolite a cannocchiale capovolgibile e livella fissa sull'alidada. Si dispone la livella parallela alla congiungente due razze calanti, e con movimento in senso contrario di queste si centra la bolla. Si ruota

Riepilogo condizioni costruttive e di rettifica

Condizioni costruttive		Metodo per eliminare l'errore	
		Meccanico	Elettronico biassiale
a	aa e bb devono passare rispettivamente per il centro del cerchio orizzontale e verticale (eccentricità dell'alidada)	indici opposti (coincidenza)	lettura automatica
b	aa e bb devono essere perpendicolari rispettivamente al cerchio orizzontale e verticale	non influisce	non influisce
c	gli assi aa, bb e cc si devono incontrare in un punto: centro dello strumento (eccentricità del cannocchiale)	posizioni coniugate	compensatore automatico
d	la graduazione dei cerchi deve essere corretta	reiterazione e ripetizione	media automatica

Condizioni di rettifica			
1	aa deve essere verticale	curare la verticalità	compensatore automatico
2	bb deve essere orizzontale	posizioni coniugate	compensatore automatico
3	bb e cc devono essere perpendicolari	posizioni coniugate	compensatore automatico
4	Zenit strumentale verificato	centrare la livella zenitale	indice automatico

Tabella 1. Riepilogo condizioni costruttive e di rettifica

l'alidada di 180°, l'eventuale spostamento della bolla si elimina per metà con una delle due razze, e per l'altra metà con le viti di rettifica della livella. Si ruota l'alidada di 90° e si centra con la terza razza. La verticalità dell'asse primario aa va curata particolarmente poiché non esistono metodi per eliminare l'errore residuo.

2) bb deve essere orizzontale

L'errore residuo si elimina totalmente facendo la media delle letture nelle due posizioni coniugate del cannocchiale.

3) bb e cc devono essere perpendicolari

L'errore residuo si elimina totalmente facendo la media delle letture nelle due posizioni coniugate del cannocchiale.

4) Zenit strumentale rettificato

La rettifica dell'indice verticale si ottiene con il centramento di un'apposita livella torica. Già da molti anni anche i teodoliti meccanici sono dotati di un sistema pendolare che rettifica automaticamente l'indice verticale.

I moderni teodoliti elettronici sono dotati di compensatori (monoassiali o biassiali), basati su sensori di gravità, che, entro un campo limitato, compensano automaticamente le letture per le 4 condizioni.

Nella tabella 1 sono riepilogate le condizioni costruttive e di rettifica.

Come detto, l'ipotesi di base è poter rendere verticale l'asse primario, ciò si realizza attraverso due strumenti: la livella sferica e la livella torica raggiungendo il risultato con media approssimazione con la prima ed affinando di molto il risultato con la seconda. La livella torica è solidale all'alidada.

6. Teodoliti elettronici, stazioni totali e stazioni integrate

I teodoliti elettronici consentono di misurare delle direzioni angolari in maniera elettronica, sono strumenti cioè identici dal punto di vista meccanico ai tradizionali teodoliti ma le letture ai cerchi avvengono elettronicamente, sono poi visualizzate su un piccolo schermo ed eventualmente registrate.

Per stazione totale si intende invece un teodolite elettronico che comprenda all'interno della sua struttura un distanziometro. Vi è la possibilità, quindi, di leggere direttamente su un display sia la distanza che le misure angolari. Si chiamano infine strumenti integrati quegli strumenti che sono composti da un teodolite elettronico o tradizionale che è possibile connettere o collegare (di solito a cavallo del cannocchiale) con uno strumento distanziometrico ad onde. Sia le misure angolari che quelle di distanza sono lette digitalmente ma i due strumenti sono distinti e separabili.

Lettura degli angoli

Avviene in maniera del tutto automatica a cura di apparati elettronici, il risultato appare su un display e, premendo un pulsante, viene memorizzato in una RAM interna allo strumento o su una schedina estraibile.

Il cerchio è in vetro con linee codificate che vengono lette da un sensore CCD che determina l'esatta posizione delle linee di codice e determina istantaneamente la misura.

Compensatori

Sono sistemi di correzione automatica dell'errore di verticalità costituiti da uno o più sensori elettromagnetici o elettro-ottici contenenti una parte mobile, o spesso un liquido, gestiti elettronicamente, che rilevano l'inclinazione (errore residuo di verticalità) dell'asse principale.

La correzione angolare corrispondente all'inclinazione misurata viene calcolata e applicata via software, in modo che il valore angolare visualizzato nel display (e memorizzato) sia corretto.

Compensatore monoassiale: corregge solo l'angolo zenitale

Il compensatore monoassiale è costituito da un solo sensore disposto parallelamente al piano in cui si muove il cannocchiale. Il sensore rileva la componente dell'inclinazione dell'asse principale proiettata su questo piano (vx). Il software calcola la correzione da dare alla sola lettura zenitale per tale inclinazione e la applica al valore sul display.

Compensatore biassiale: corregge sia l'angolo azimutale che quello zenitale

Il compensatore biassiale è costituito da una coppia di sensori, uno disposto parallelamente al piano in cui si muove il cannocchiale, e il secondo perpendicolare ad esso (oppure, in alternativa, è presente un unico sensore multidirezionale). L'insieme della rilevazione dei due sensori (o la rilevazione del sensore multidirezionale) permette di determinare l'inclinazione complessiva v dell'asse principale e la direzione azimutale θ in cui si trova il piano asse principale - verticale. Il software calcola la correzione da dare a entrambe le letture angolari (azimutale e zenitale) e la applica ai valori visualizzati.

Livella elettronica

Negli strumenti dotati di compensatore biassiale la tradizionale livella torica è spesso sostituita da una livella elettronica virtuale che appare sul display.

7. Rilevare l'orientazione di un edificio in relazione al Sole

Il rilievo di un edificio si basa sulla determinazione della posizione di un certo numero di punti che ne permettano la sua rappresentazione ed il successivo utilizzo per scopi di progetto e di studio.

Occorre dunque saper rilevare l'oggetto in maniera discreta, misurando cioè di questo, solo quei punti che ne descrivono la forma e le dimensioni in maniera sufficientemente corretta per gli scopi prefissati.

Il nostro scopo è quello di determinare l'azimut di una direzione, pertanto si dovranno misurare le coordinate degli estremi del lato che la individuano. Nell'effettuare il calcolo è importante ricordare che, se vengono impiegate le coordinate piane, si deve tener conto del valore della convergenza del meridiano, poiché il nord del reticolato

cartografico non coincide con il nord geografico, difatti l'azimut è dato dalla somma dell'anomalia più la convergenza del meridiano calcolata per quel luogo (Pericoli, 1981) vedi Figura 8.

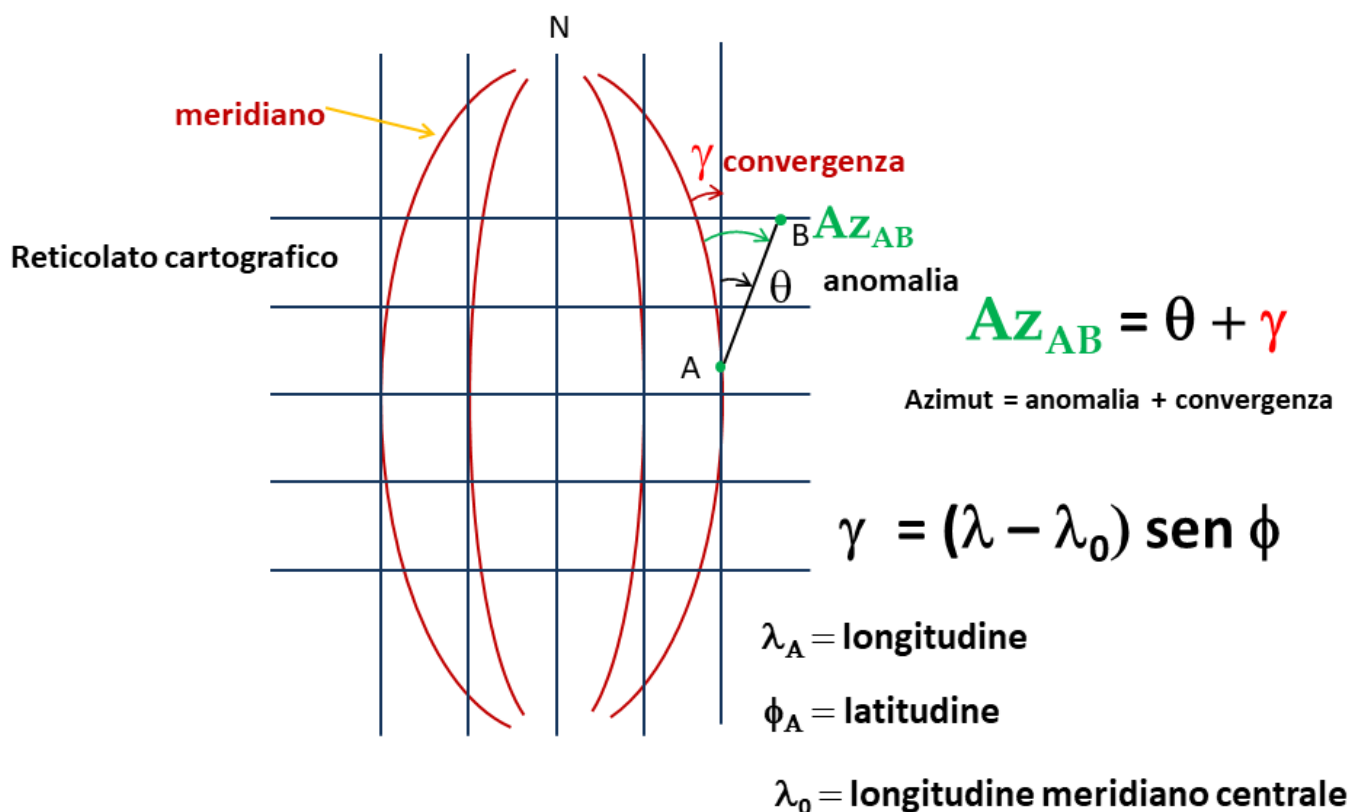


Figura 8. Differenza tra azimut e anomalia della rete.

Considerando che la dimensione apparente del Sole è di circa 32' (Figura 9a) e che l'osservazione veniva effettuata ad occhio nudo, probabilmente i costruttori dell'edificio potevano individuare l'orientazione del sorgere del Sole con un'approssimazione di circa 6-8' (circa 1/4 della dimensione apparente del Sole).

Inoltre è importante ricordare per le nostre valutazioni che 1' di arco sessagesimale corrisponde a 3 cm a 100 m di distanza (Figura 9b).

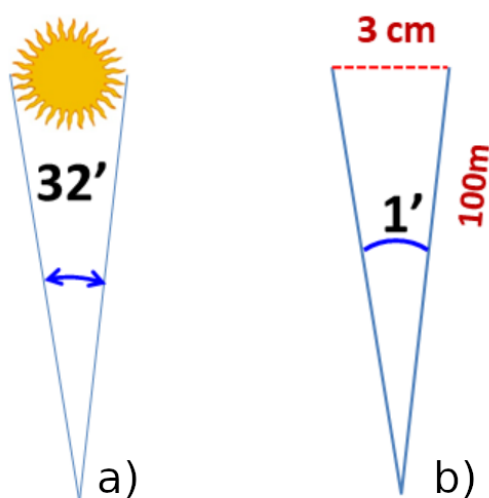


Figura 9. a) La dimensione apparente del Sole è circa 32'. b) L'ampiezza di 1' sessagesimale a 100 m equivale a circa 3 cm.

Utilizzando la strumentazione GPS e una stazione totale per la misura di angoli e distanze, l'azimut di orientazione di un edificio, ad esempio una chiesa, può essere misurato:

1. determinando l'azimut di una baseline tra due punti A e B e poi con teodolite misurando gli angoli dell'asse della chiesa, dal centro della porta d'ingresso verso il centro dell'abside (Figura 10);

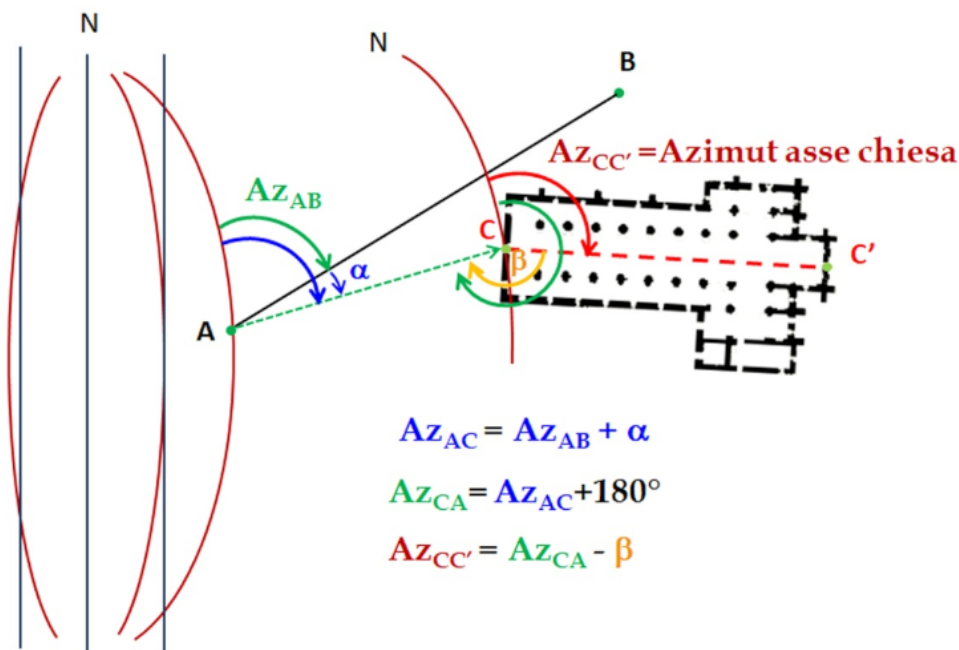


Figura 10. Esempio di misura dell'azimut dell'asse di una chiesa.

2. determinando le coordinate degli spigoli 1 e 2 della parete dell'edificio parallela alla direzione dell'asse della chiesa (Figura 11).

Nel primo caso, quando è possibile misurare direttamente l'orientazione dell'asse della chiesa, potrà essere eseguita soltanto la misura della baseline AB e successivamente la misura degli angoli α e β per ottenere $AZ_{CC'}$, ovvero l'azimut della chiesa.

Nel secondo caso, per calcolare l'azimut tramite le coordinate degli spigoli di un edificio, determinate con strumentazione satellitare, è importante fare alcune considerazioni sulla precisione di misura.

Con gli strumenti GPS la precisione della determinazione di un punto varia in relazione alla metodologia di misura:

- in modalità statica la precisione è di circa 2-3 cm;
- in modalità NRTK la precisione è di circa 5-8 cm.

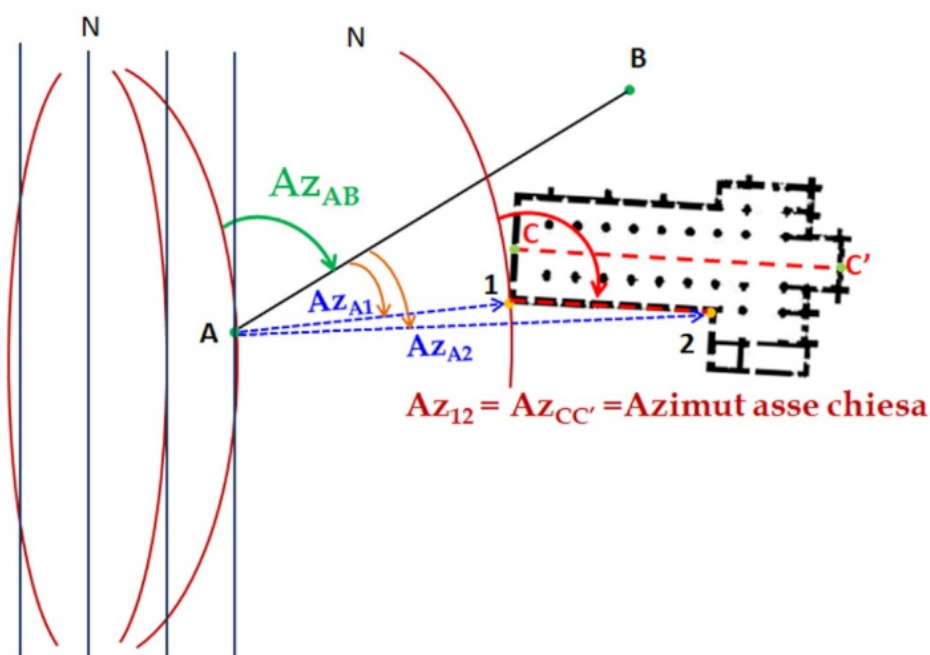


Figura 11. Esempio di determinazione dell'azimut dell'asse di una chiesa dal calcolo delle coordinate degli spigoli dell'edificio.

Se ad esempio la baseline calcolata tra due punti A e B, determinati con metodologia satellitare, ha una distanza di circa 100 m, allora potremo calcolare un azimut sufficientemente preciso per i nostri scopi (precisione di circa 1' – 2' di arco).

Per quanto esposto, volendo misurare l'azimut di un edificio con una precisione di circa 4', precisione accettabile in relazione alla dimensione apparente del Sole, sarà necessario determinare le coordinate dei suoi spigoli con una precisione:

- di circa 12 cm, se l'edificio è lungo 100 m;
- di circa 6 cm, se l'edificio è lungo 50 m;
- di circa 3 cm, se l'edificio è lungo 25 m.

Una volta eseguite le misure e i relativi calcoli per determinare l'azimut dell'orientazione dell'asse della chiesa, è sempre bene verificare con il Sole se effettivamente le misure sono state fatte con la dovuta accuratezza. Andrà quindi calcolato il giorno dell'alba solare che corrisponde all'orientazione della chiesa, tenendo presente il profilo altimetrico sul prolungamento della direzione dell'azimut stesso, indispensabile al calcolo dell'angolo di elevazione di visibilità del Sole al suo sorgere sull'orizzonte locale. A questo punto non rimane che aspettare la levata locale del Sole nel giorno calcolato e sperare di poter scattare una bella foto a conferma delle misure eseguite (Figura 12).

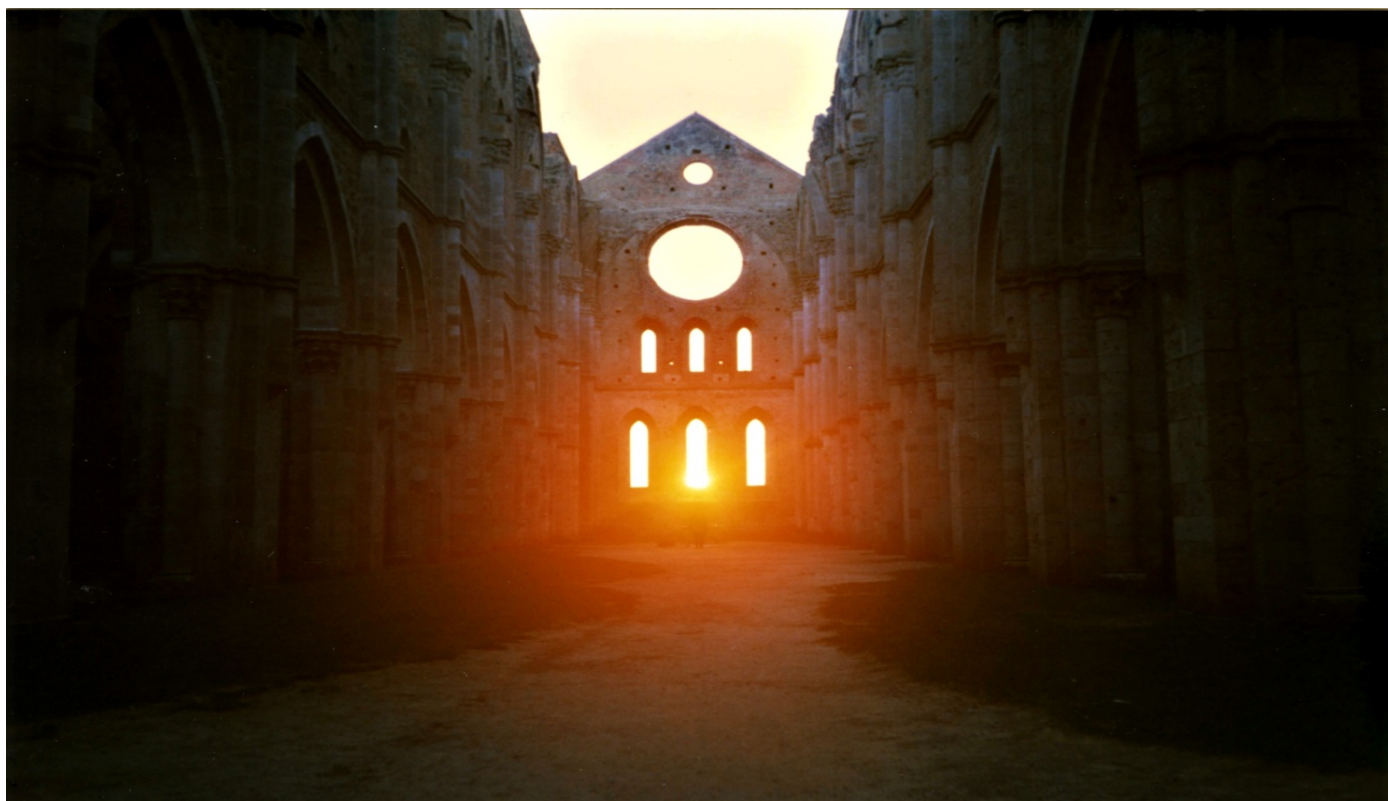


Figura 12. Foto dell'alba locale dell'equinozio con il Sole equinoziale che entra dalla grande monofora centrale dell'abside.
Foto del 21 marzo ore 6.15 circa.

Bibliografia

- Baroni, L., Cauli, F., Donatelli, D., Farolfi, G., & Maseroli, M. (2009). La Rete Dinamica Nazionale (RDN) e la nuova realizzazione del sistema di riferimento ETRS89. *Bollettino di geodesia e scienze affini*, Anno LXVIII, n. 3, Settembre–Dicembre, 322–324.
- Biagi, L. (2009). *I fondamenti del GPS*. Geomatics Workbooks, Volume 8, pp. 7–8.
- Bianchi, M., & Musolino, A. (1995). I dati grafici e numerici della rete IGM95. *Bollettino di geodesia e scienze affini*, Anno LIV, n. 3, Luglio–Agosto–Settembre, 271–275.
- Gaspani, A. (2000). *Astronomia e geometria nelle antiche chiese alpine*. Priuli & Verlucca.
- Incerpi, F. (1980). *Sinossi di strumenti topografici*. Istituto Geografico Militare, pp. 29–57.
- Leica, G. (2003). *Il sistema GPS, applicazioni e sviluppi nel rilievo del territorio*. Maggioli, pp. 9–31.
- Manzino, A. (2000). *Lezioni di topografia*. Dipartimento di Georisorse e Territorio Politecnico di Torino, dicembre, Otto Editore, pp. 1–2.

- Maseroli, R. (1995). Il sistema di riferimento WGS84. *Bollettino di geodesia e scienze affini*, Anno LIV, n. 2, Aprile–Maggio–Giugno, 114–123, 212–214.
- Maseroli, R. (2022). *Geometrie della Terra – Evoluzione dei sistemi geodetici di riferimento in Italia*. MicroGeo.
- Pericoli, A. (1981). *Complementi di topografia*. Collegio della provincia di Firenze, Officine grafiche Fratelli Stianti, pp. 41–42.
- Surace, L. (1993). Il progetto IGM95. *Bollettino di geodesia e scienze affini*, Anno LII, n. 3, Luglio–Agosto–Settembre, 193–215, 221–223.
- Surace, L. (1997). La nuova rete geodetica IGM95: risultati e prospettive di utilizzazione. *Bollettino di geodesia e scienze affini*, Anno LVI, n. 3, Luglio–Agosto–Settembre, 359–361.
- Surace, L. (1998). La georeferenziazione delle informazioni territoriali. *Bollettino di geodesia e scienze affini*, Anno LVII, n. 2, Aprile–Maggio–Giugno.



Simone Bartolini. Diplomato geometra a Firenze nel 1982, ha un corso biennale per cartografo conseguito all'Istituto geografico militare dove lavora dal 1987. Dal 1997 si occupa dei confini di Stato, dal 2003 al 2014 è Capo Sezione Reti geodetiche, dal 2015 ricopre l'incarico di Capo Sezione Confini di Stato. Nel 2006 ha realizzato il complesso gnomonico situato nel parco pubblico del monastero buddista di Nan Lian Garden ad Hong Kong (primo premio al X concorso internazionale Shadow of Time). Nel 2013 ha scoperto la funzione astronomica del grande zodiaco marmoreo, realizzato nel 1207, della Basilica di San Miniato al Monte a Firenze. Con i suoi studi storico-astronomici nel 2016 ha realizzato le linee meridiane nella Basilica di Santa Maria Novella di Firenze, ideate nel XVI secolo dal cosmografo Egnazio Danti. Ha partecipato a convegni internazionali di archeoastronomia, con la pubblicazione di alcuni articoli.

Per i suoi studi e scoperte è stato nominato:

- Cavaliere al merito della Repubblica italiana nel 2017.
- Ufficiale al merito della Repubblica italiana nel 2023.

I moti della Terra e la loro visione nel cielo

Alberto Cora^{1,*}

¹Istituto Nazionale di Astrofisica – Oss. Astrofisico di Torino

*Corrispondente: alberto.cora@inaf.it

Sommario: La misura del tempo è ancora oggi fondata su tre cicli astronomici, il giorno legato alla rotazione terrestre, il mese ispirato dalle fasi lunari e l'anno dovuto al moto di rivoluzione del nostro pianeta intorno al Sole. La ripetitività di questi fenomeni è dovuta al moto della Terra e può essere studiata grazie all'osservazione degli astri nel cielo. Nell'ambito della prima edizione della scuola di Archeoastronomia Vito Francesco Polcaro, nel Planetario di Torino abbiamo riprodotto i principali fenomeni astronomici oggetto di indagine archeoastronomica. In questo articolo approfondiremo il calcolo degli azimut di levata e tramonto del Sole necessario per la verifica degli allineamenti solstiziali applicandolo al monumento archeoastronomico per eccellenza: Stonehenge.

Parole Chiave: astronomia di posizione, allineamenti archeoastronomici

Abstract: The measurement of time is still based today on three astronomical cycles, the day linked to the Earth's rotation, the month inspired by the lunar phases and the year due to the revolution motion of our planet around the Sun. The repetitiveness of these phenomena is linked to the motion of the Earth and can be studied thanks to the observation of the stars in the sky. As part of the first edition of the Vito Francesco Polcaro School of Archaeoastronomy, in the Planetarium of Turin we reproduced the main astronomical phenomena under archaeoastronomical investigation, and with this article we will delve into the calculation of the azimuths of the rising and setting of the Sun, applying it to the archaeoastronomical monument par excellence: Stonehenge.

Keywords: positional astronomy, archaeoastronomical alignments.

Citation: Cora, A. I moti della Terra e la loro visione nel cielo. SIAAC Magazine 2026, 1.

Received: 26th January 2024

Accepted: 26th February 2024

Published: June 2026

Publisher's Note: SIAAC Magazine stays neutral with regard to jurisdictional claims in published maps and institutional affiliations.



Copyright: © 2026 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY-NC 4.0) license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed>).

1. Introduzione

La misura del tempo è ancora oggi fondata su tre cicli astronomici, il giorno legato alla rotazione terrestre, il mese ispirato dalle fasi lunari e l'anno dovuto al moto di rivoluzione del nostro pianeta intorno al Sole.

La ripetitività di questi fenomeni è dovuta al moto della Terra e può essere studiata grazie all'osservazione degli astri nel cielo che ha lasciato traccia negli allineamenti astronomici in parecchi monumenti del passato.

Nell'ambito della prima edizione della scuola di Archeoastronomia Vito Francesco Polcaro, abbiamo utilizzato il Planetario di Torino oltre che, per una rapida escursione astronomica tra le costellazioni della volta celeste, per spiegare i moti della Terra, identificare l'eclittica e introdurre le coordinate altazimutali ed equatoriali e riprodurre i principali allineamenti astronomici come quelli solstiziali ed equinoziali oggetto di indagine archeoastronomica.

In questo articolo approfondiremo, da un punto di vista analitico, il calcolo degli azimut di levata e tramonto del Sole utile per la verifica degli allineamenti solstiziali applicandolo al monumento archeoastronomico per eccellenza: Stonehenge; anche per spiegare il motivo di due date differenti nelle simulazioni svolte in planetario.

Scelta fatta alla luce delle recenti interpretazioni astronomiche del complesso monumentale che suggeriscono come Stonehenge non fosse un calendario solare, ma avesse soltanto una valenza simbolica.

2. Coordinate altazimutali

Il modo più semplice di descrivere la posizione di una stella sulla volta celeste è quella di riferirla all'orizzonte dell'osservatore. Dove per orizzonte si intende l'orizzonte astronomico e non quello naturale con le sue irregolarità. Questo orizzonte teorico esiste solo sul mare dove nulla lo ostruisce. Altrove l'orizzonte naturale è sempre situato alcuni gradi sopra l'orizzonte teorico. Nell'articolo, faremo riferimento all'orizzonte astronomico chiamandolo semplicemente orizzonte.

La linea dell'orizzonte sarà determinata dall'intersezione del piano tangente al globo terrestre su cui giace l'osservatore e la volta celeste. Il punto sulla verticale dell'osservatore è detto Zenit. La sfera celeste è divisa dal piano dell'orizzonte in due porzioni quella visibile sopra e quella invisibile sotto.

Sull'orizzonte si individuano i 4 punti cardinali: nord, est, sud e ovest. Vi sono vari modi per identificarli, ma il più semplice ed intuitivo si basa sul moto apparente del Sole. Alle nostre latitudini (emisfero settentrionale) la rotazione terrestre fa sorgere il Sole a levante, giungere alla sua massima altezza sull'orizzonte (culminare) a meridione e tramontare a ponente. Il culminare del Sole identifica il punto cardinale sud. Al suo opposto vi sarà il Nord. L'osservatore rivolto verso Sud troverà alla sua sinistra l'est e alla destra l'ovest. I quattro punti sono angolarmente equidistanti e dividono l'orizzonte in 4 settori di 90° ognuno.

Grazie allo Zenit possiamo identificare sulla sfera celeste il cerchio meridiano che collega Nord e Sud passando sulla verticale.

L'orizzonte e il cerchio meridiano consentono di costruire il sistema di coordinate locali chiamato altazimutale. È opportuno ribadire che è un sistema di riferimento locale, solidale col luogo d'osservazione e non con gli oggetti celesti.

Il sistema usa come cerchi di riferimento l'orizzonte e il cerchio meridiano del luogo. Le coordinate sono l'Altezza dell'astro sull'orizzonte e l'Azimut ovvero l'angolo misurato sul piano dell'orizzonte a partire dall'intersezione con il cerchio meridiano con il cerchio passante per lo zenit e l'astro (Figura 1).

Per un'antica convenzione quest'angolo è misurato da nord verso est, sebbene al giorno d'oggi sia subentrato l'uso di misurare l'Azimut dal sud geografico procedendo verso ovest. La tradizione si è conservata per il rilevamento topografico, dove l'azimut, o angolo di posizione, indica semplicemente l'angolo che separa un determinato punto dell'orizzonte dal nord geografico; e per tale ragione prediligeremo l'azimut misurato partendo dal nord.

Entrambe le coordinate sono espresse in gradi ($^\circ$), primi ($'$) e secondi ($''$), dove l'Altezza è compresa tra 0° e 90° , l'Azimut è compreso fra 0° e 360° .

I cerchi tracciabili sulla sfera celeste parallelamente all'orizzonte astronomico prendono il nome di paralleli d'altezza o almucantarati.

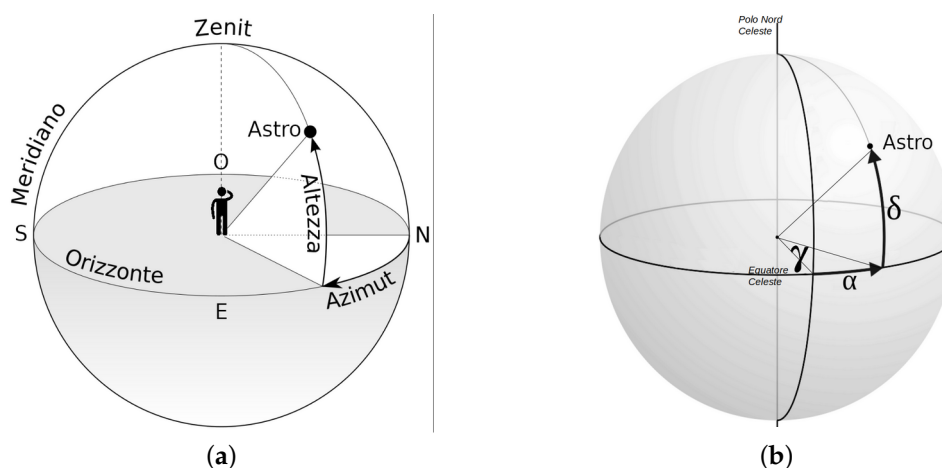


Figura 1. Il sistema di coordinate altazimutali (a) a confronto con il sistema di coordinate equatoriali (b)

3. Coordinate equatoriali

Il sistema di coordinate equatoriali è quello normalmente utilizzato dall'astronomo per collocare le stelle sulla sfera celeste. Si basa sull'identificazione del polo Nord (o Sud) celeste che è il punto di intersezione dell'asse di rotazione terrestre con la sfera celeste. Casualmente in quest'epoca vicino al polo Nord celeste si trova una stella abbastanza brillante: la Stella Polare.

Se consideriamo il piano dell'orizzonte tangente alla sfera terrestre nella località dell'osservatore, il polo Nord celeste è a un'altezza pari alla latitudine (φ) dell'osservatore. Questa semplice osservazione consentirà di sovrapporre i due sistemi e ricavare le formule di conversione, tra il sistema altazimutale ed equatoriale.

Mentre la proiezione dell'asse di rotazione fissa la posizione dei poli celesti, la proiezione dell'equatore terrestre identifica sulla sfera celeste il cerchio massimo dell'equatore celeste.

Questo cerchio massimo è perpendicolare all'asse di rotazione e divide la sfera celeste in due emisferi, quello boreale e quello australe. L'inclinazione dell'equatore celeste rispetto all'orizzonte è pari alla colatitudine ($90^\circ - \varphi$).

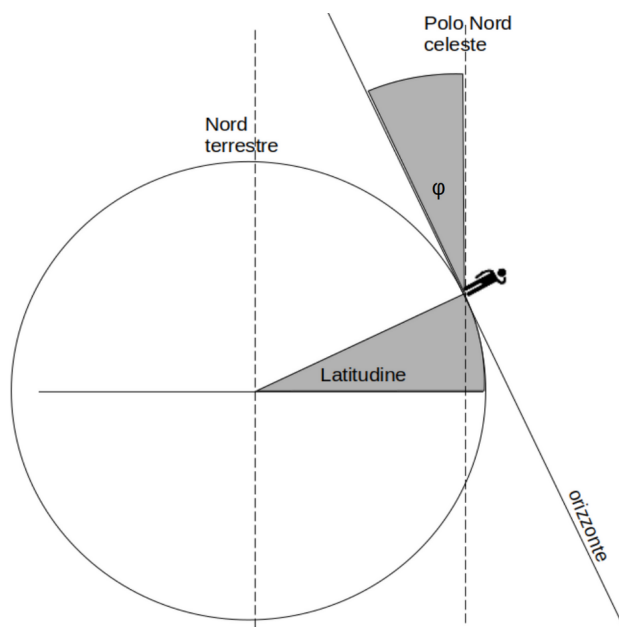


Figura 2. L'altezza del polo Nord sull'orizzonte è pari alla latitudine del luogo

In questo sistema possiamo identificare i cerchi orari (o cerchi meridiani) che sono cerchi massimi passanti per i poli, mentre i paralleli celesti sono cerchi minori paralleli all'equatore. L'intersezione dell'equatore celeste con l'orizzonte identifica i punti cardinali est ed ovest. Sulla sfera celeste, possiamo identificare un altro cerchio massimo che è il cerchio dell'Eclittica che rappresenta il percorso apparente del Sole sulla volta celeste in un anno e corrisponde all'intersezione del piano orbitale terrestre con la sfera celeste. È inclinata di un valore ϵ , detta obliquità dell'eclittica che in quest'epoca è di circa $23,5^\circ$ rispetto l'equatore celeste. Il cerchio dell'Eclittica interseca il cerchio dell'equatore celeste in due punti detti nodi. Il nodo occupato dal Sole all'inizio della primavera è detto punto γ e costituisce l'origine della coordinata celeste: Ascensione Retta (α).

Sulla sfera celeste in cui si sono identificati l'equatore celeste e l'eclittica, le coordinate di un astro potranno essere date in:

- Declinazione (δ) che è l'arco di cerchio orario compreso tra equatore celeste e l'astro; per convenzione vale tra 0 e 90° per l'emisfero boreale e tra 0 e -90° nell'emisfero australe.
- Ascensione Retta (α) che è l'arco di equatore celeste tra il punto (γ) e il cerchio orario passante per l'astro, che viene misurato in senso antiorario e, anziché essere espresso in gradi, viene dato in ore, minuti e secondi. Così l'Ascensione Retta assume valori da $0h$ a $24h$.



Figura 3. Il Sole sorge in prossimità dell'est solo nei giorni prossimi agli equinozi, per le restanti giornate dell'anno sorgerà a nord-est tra il 21 marzo e il 23 settembre, più a sud tra il 23 settembre e il 21 marzo

4. Calcolo dell'azimut teorico della levata e del tramonto del Sole

Come riprodotto e spiegato nel planetario, asserire che il Sole sorge ad Est e tramonta ad Ovest è una imprecisione. Infatti accade solo in prossimità degli equinozi, per il resto dell'anno il Sole sorgerà in posizioni più o meno spostate più a nord-est o a sud-est.

L'azimut della levata eliacale dipende dalla declinazione del Sole che cambia con continuità durante l'anno, e dalla latitudine dell'osservatore e quindi si modifica giorno dopo giorno.

L'angolo azimutale della levata eliacale teorica è calcolabile, in quanto, come si vede in Figura 4, ponendo il raggio terrestre $R=1$, il segmento $\overline{OO'}$ vale:

$$\overline{OO'} = \sin \delta \quad (1)$$

e allo stesso tempo:

$$\overline{OO'} = x \cos(\varphi) \quad (2)$$

da cui si ottiene:

$$x = \frac{\sin(\delta)}{\cos(\varphi)} \quad (3)$$

In base alla vista dall'alto, si veda la Figura 5, x è:

$$x = \cos(A) \quad (4)$$

e quindi:

$$A = \arccos\left(\frac{\sin(\delta)}{\cos(\varphi)}\right) \quad (5)$$

Nel caso dei solstizi (invernali o estivi) il Sole raggiunge la sua massima/minima declinazione in meridiano al raggiungimento dei valori $\pm \varepsilon$ corrispondenti all'obliquità dell'eclittica.

Questa semplice relazione mette in evidenza come l'angolo che si forma tra la posizione del sorgere del Sole nel solstizio invernale e quello estivo dipenda dall'obliquità dell'eclittica (che subisce variazioni secolari) e dalla collocazione dell'osservatore (latitudine). Come vedrete nei successivi paragrafi l'obliquità dell'eclittica si modifica con i millenni. Queste piccole variazioni vengono amplificate dal coseno della latitudine a denominatore.

Un osservatore posto all'equatore ($\varphi = 0^\circ$) vedrà oscillare la posizione del sorgere solare intorno al punto cardinale Est di $\pm \varepsilon$. La soluzione che abbiamo ottenuto è un caso particolare dell'equazione (6) che è la formula generale utilizzata per la conversione da coordinate equatoriali ad altazimutali, dove l'altezza (h) è pari a zero essendo l'oggetto all'orizzonte:

$$\cos(A) = \left(\frac{\sin(\delta) - \sin(h)\sin(\varphi)}{\cos(h)\cos(\varphi)} \right) \quad (6)$$

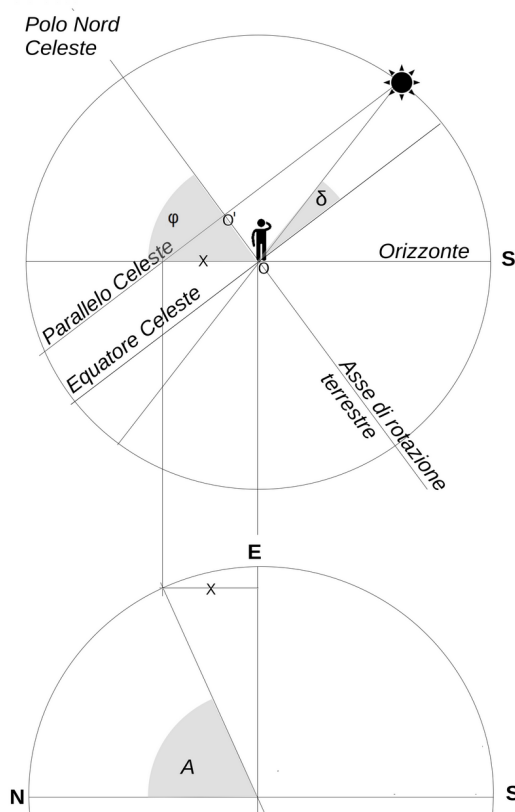


Figura 4. Vista laterale ed in pianta della sfera celeste

5. Rifrazione e depressione dell'orizzonte

La rifrazione è un effetto dovuto all'atmosfera terrestre, che fa apparire gli oggetti celesti più in alto rispetto alla loro posizione vera. Sostanzialmente è la deviazione dalla linea retta della luce mentre passa attraverso l'atmosfera a causa del variare della densità dell'aria in base all'altezza e quindi dipende da pressione, densità e temperatura oltre che dalla lunghezza d'onda del raggio di luce passante. La rifrazione atmosferica può far sì che oggetti distanti appaiano brillare o incresparsi, più in alto o più in basso, più allungati o più accorciati, come nel caso dei miraggi.

Il suo valore dipende dalle condizioni atmosferiche e varia continuamente, è massimo all'orizzonte, dove in media è di circa mezzo grado mentre si annulla allo zenit. La rifrazione, quindi, rende visibili all'orizzonte gli oggetti astronomici prima del loro sorgere analitico.

All'orizzonte, la rifrazione è leggermente maggiore del diametro apparente del Sole. Perciò, quando il disco del Sole appare completo appena sopra l'orizzonte, nessuna parte del Sole sarebbe visibile se non fosse per quest'effetto.

Infatti la rifrazione atmosferica all'orizzonte è mediamente di 34', quindi superiore alle dimensioni del disco solare.

Per convenzione, l'alba e il tramonto si riferiscono al momento in cui il bordo superiore del Sole appare o scompare rispetto all'orizzonte. Il valore standard per l'altezza vera del Sole è -50'. Il valore è determinato da -34' per la rifrazione e -16' per il semidiametro del disco solare. Per il calcolo della rifrazione riportiamo la formula usata da The Nautical Almanac valida al livello del mare (Bennet, 1982):

$$R = \cot \left(h + \frac{7,31}{h+4,4} \right) \quad (7)$$

Dove h identifica l'altezza apparente sull'orizzonte espressa in gradi ed R è l'effetto della rifrazione in primi d'arco.

Le variazioni giornaliere del tempo atmosferico hanno influenza sui momenti esatti dell'alba e del tramonto per tale ragione ed è inutile dare i tempi dell'alba e del tramonto con una precisione maggiore del minuto. La rifrazione atmosferica della luce di una stella è nulla allo zenit, inferiore a 1' a 45° di altitudine apparente, e ancora solo 5,3' a 10° di altitudine; aumenta rapidamente al diminuire dell'altitudine, raggiungendo 9,9' a 5° di altitudine, 18,4' a 2° di altitudine, e 35,4' all'orizzonte; tutti i valori sono riferiti a 10 °C e 101325 N/m² nella parte visibile dello spettro.

6. Variazione dell'obliquità dell'eclittica

L'obliquità dell'eclittica $\varepsilon(t)$ è l'inclinazione dell'equatore terrestre rispetto all'eclittica o l'inclinazione dell'asse di rotazione terrestre rispetto alla normale sul piano dell'eclittica, e compare nel calcolo dell'azimut della levata eliacale. Il suo valore, in questo periodo, è di circa 23,5° e attualmente diminuisce di 0,013 gradi (47") ogni 100 anni a causa delle perturbazioni planetarie. Il valore dell'obliquità è noto grazie alle osservazioni del moto della Terra e degli altri pianeti nel corso dei secoli e subisce variazioni secolari e variazioni periodiche che portano l'obliquità da un minimo 22,1° di a un massimo di 24,5° in un periodo di circa 41000 anni.

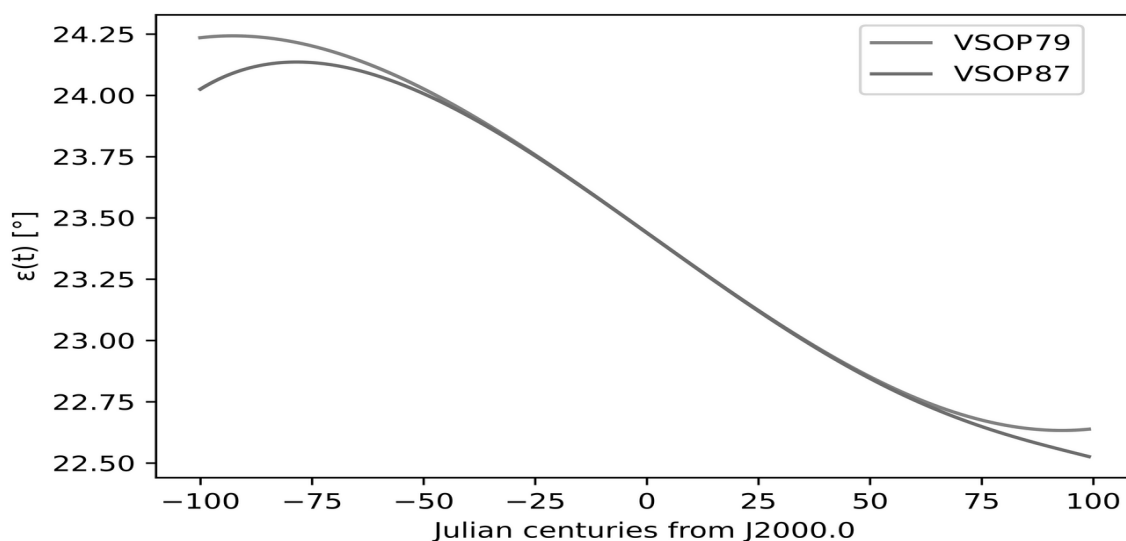


Figura 5. Variazione dell'obliquità dell'eclittica descritta dai modelli VSOP79 migliorato da VSOP87

Fino al 1983, l'inclinazione per ogni data era calcolata in base al lavoro di Newcomb che analizzava le posizioni dei pianeti fino a circa il 1895. A partire dal 1984, la serie di effemeridi generate al computer del Jet Propulsion Laboratory sono divenute l'effemeride di base dell'Almanacco Astronomico.

Al giorno d'oggi vi sono varie soluzioni per determinare l'obliquità dell'eclittica, si suggerisce l'utilizzo del modello Variations Séculaires des Orbites Planétaires (VSOP) descritto da Bretagnon e Francou (Bretagnon e Francou 1988), che ci offre la possibilità di descrivere con notevole precisione l'obliquità dell'eclittica in un intervallo di tempo compreso tra 10 millenni prima e 10 millenni dopo il 2000.

$$\epsilon_{(t)} = 23^{\circ}26'21,488'' - 468,093'' T - 0,0155'' T^2 + 1,99925'' T^3 - 5138'' 10^{-6} T^4 - 1805,5'' 10^{-6} T^5 - 39,05'' 10^{-6} T^6 \quad (7)$$

dove T è il millennio giuliano a partire da J2000.0.

$$T = (\text{Julian date} - 2451545) / 36525 \quad (8)$$

Le variazioni periodiche di breve periodo legate agli effetti gravitazionali del sistema Terra-Luna sono molto più piccole (9'') (nutazione) presentano una periodicità di 18,6 anni. Si distingue perciò un'obliquità vera da un'obliquità media. Per gli scopi che ci prefiggiamo in generale in archeoastronomia utilizziamo l'obliquità media chiamandola semplicemente obliquità visto che gli effetti della nutazione sono trascurabili ma la nutazione dovrebbe comunque essere presa in considerazione.

7. La nutazione

In astronomia, è nota come una piccola irregolarità nella precessione degli equinozi. La precessione è la lenta oscillazione della Terra che gira, con un periodo di circa 25772 anni. La nutazione (in latino nutare, "annuire") sovrappone a questo grande movimento lento una piccola oscillazione, con un periodo di 18,6 anni e un'ampiezza di 9,2''. La causa della nutazione risiede principalmente nel fatto che il piano dell'orbita lunare intorno alla Terra è inclinato di 5,15° rispetto al piano dell'orbita terrestre intorno al Sole. Il piano orbitale della Luna si precessa intorno a quello della Terra in 18,6 anni e l'effetto della Luna sulla precessione degli equinozi varia con questo stesso periodo.

Questa veloce, rispetto ai tempi scala da considerarsi in archeoastronomia, oscillazione dell'orbita lunare provoca l'oscillazione dell'obliquità dell'eclittica, per cui si distingue una obliquità istantanea (ϵ_0) dalla somma dell'obliquità media ($\epsilon_{(t)}$) con la variazione dovuta alla nutazione ($\Delta\epsilon$).

$$\epsilon_0 = \epsilon_t + \Delta\epsilon \quad (9)$$

Non siamo interessati a determinare le variazioni dell'obliquità in tempi così rapidi, piuttosto l'oscillazione dovuta alla nutazione è utile per determinare la precisione con la quale abbiamo determinato l'angolo di azimut.

Infatti grazie all'equazione approssimata (5) potremmo stimare l'imprecisione di calcolo legata al fatto che non teniamo conto di variazioni non secolari (nutazione).

Si tratta comunque di una componente dell'imprecisione complessiva, sebbene, venga sensibilmente amplificata dalla latitudine dell'osservatore.



Figura 6. Il planetario, dove si è tenuta la lezione durante la Scuola di Archeoastronomia V.F. Polcaro. Crediti: Infini.to - Planetario di Torino - Museo dell'Astronomia e dello Spazio "Attilio Ferrari".

8. Un esempio: Stonehenge

Durante la lezione tenutasi nel planetario di Torino, si è simulata l'osservazione al sorgere del Sole solstiziale estivo e, il suo tramonto al corrispondente momento invernale, dalla piana di Salisbury dove si colloca Stonehenge ($51^{\circ}10'44''\text{N}, 1^{\circ}49'34''\text{W}$).

Le date erano differenti; per quanto riguarda il sorgere al solstizio estivo si è simulata la situazione visibile il 21 giugno 2023: il grande giorno di Stonehenge, quando migliaia di persone affollano il monumento megalitico per assistere all'evento.

Per quanto riguarda il tramonto solstiziale si è optato per la sua simulazione nel 1600 a.C.

Proviamo a calcolare la posizione dell'azimut della levata eliaca al solstizio con l'equazione (5) tenendo conto che al giorno d'oggi (Giugno 2023) l'obliquità media dell'eclittica è di $23^{\circ}26'10,7''$. Otterremo un azimut della levata eliaca di $50,6^{\circ}$ corrispondente alla sinistra della famosa Heel Stone che ha azimut a $51,3^{\circ}$ (Hawkins 1993).

Il calcolo analitico riproduce discretamente quello che si è osservato in Planetario e che si osserva al giorno d'oggi dalla piana di Salisbury.

La cosiddetta Heel Stone è un menhir di pietra di "Sarsen" che si trova nel viale d'ingresso del terrapieno di Stonehenge. La sua sezione, ha spessore minimo di 2,4 m, che si innalza fino a una sommità affusolata alta circa 4,7 m. Si trova a 77,4 metri dal centro del cerchio di Stonehenge. Possiamo, quindi, calcolare le sue dimensioni angolari osservate dal centro del monumento, pari a $1,77^{\circ}$. Nell'ipotesi che l'azimut in letteratura descriva con precisione il centro del menhir, il suo bordo sinistro ha un angolo di azimut $51,3^{\circ} - 1,77^{\circ}/2 = 50,4^{\circ}$.

I calcoli producono la medesima sensazione percepita nel planetario e cioè che la pietra è stata posta in opera con il preciso compito di identificare con precisione il punto di levata eliaca al momento del solstizio estivo.

Il che mostrerebbe che Stonehenge è una sorta di calendario astronomico in grado di determinare con una discreta precisione il momento di inizio della stagione estiva.

Abbiamo utilizzato una formula approssimata (5), che non tiene conto della rifrazione atmosferica essendo pensata per l'orizzonte teorico, ma ... cosa accadeva nel 1600 a.C. ... Stonehenge ha attraversato varie fasi costruttive, e si stima che l'opera, come oggi la conosciamo, fosse presente già 36 secoli fa.

L'equazione della variazione secolare dell'obliquità dell'eclittica (7) per quella data ci dà il valore $\epsilon_{(1600\text{aC})} = 23,87546^{\circ}$, come descritto dal modello WSOP87.

VSOP87 ci rassicura di poter calcolare l'obliquità dell'eclittica fino a circa 8000 a.C., per cui la data del 1600 a.C. è inclusa nell'intervallo di applicabilità del modello.

Siamo nella pianura di Salisbury e supponiamo che l'orizzonte coincida abbastanza bene con quello astronomico.

La maggiore inclinazione dell'eclittica provocherà un allargamento del settore in cui il Sole appare sorgere, amplificato dalla latitudine del luogo, che sulla base dell'equazione (6) con un almucantarato $\text{Alt} = -50'$ che tiene conto della rifrazione atmosferica al momento del sorgere del Sole con un angolo di levata $A_{(1600\text{aC})} = 48,41028^{\circ}$, cioè distante quasi di due gradi dal bordo del menhir.

Due gradi sono circa il quadruplo delle dimensioni angolari apparenti del Sole ed è una differenza ben avvertibile. L'iniziale sensazione avvertita in planetario e quasi confermata nei primi calcoli, che la pietra sia stata posta in opera con il preciso compito di identificare il punto di levata di Sole al momento del solstizio estivo... svanisce.

Per questa ragione, durante la scuola di Archeoastronomia dedicata a Vito Francesco Polcaro abbiamo simulato in planetario il tramonto al solstizio di inverno del 1600 a.C.. La situazione è decisamente più complessa in quanto i monumenti alterano il profilo dell'orizzonte in maniera non analiticamente riproducibile, ma resta comunque suggestiva e in linea con le attuali interpretazioni archeoastronomiche del monumento, infatti gli esperti del settore ritengono che il vero fenomeno che si osservava all'epoca del neolitico non fosse il sorgere estivo, bensì il tramonto osservato dal viale d'ingresso al monumento, che in quell'epoca si sarebbe verificato dietro il cerchio di pietre di Stonehenge.

8. Conclusioni

Abbiamo illustrato come calcolare l'azimut del sorgere e tramonto del Sole dalla località dell'osservatore con una formula molto semplice, ma approssimata, in quanto si riferisce all'orizzonte teorico.

L'equazione semplificata per l'orizzonte mette in evidenza come piccole variazioni dell'obliquità dell'eclittica vengono amplificate dal coseno della latitudine a denominatore, per cui le variazioni secolari originano azimut delle levate/calate eliache notevolmente differenti. Inoltre può costituire un modo semplice per valutare la precisione in quanto ci consente velocemente di determinare l'errore dovuto al fatto di avere preso in esame l'obliquità media che è priva degli effetti della nutazione.

Per verificare gli allineamenti bisogna però tenere conto dell'effetto introdotto dalla rifrazione atmosferica tenendo conto della rifrazione atmosferica, che deprime l'orizzonte apparente. Abbiamo quindi verificato che il sorgere del Sole in prossimità della Heel Stone contemplato al giorno d'oggi, non sarebbe stato visibile nel 1600 a.C.. Purtroppo

l'allineamento Stonehenge-Heel Stone-levata eliac non è verificato per l'epoca e d'altronde tale interpretazione del monumento non gode più dell'approvazione degli studiosi.

Durante la scuola di Archeoastronomia dedicata a Vito Francesco Polcaro abbiamo simulato in planetario anche un altro fenomeno: il tramonto invernale al solstizio di inverno del 1600 a.C.. La situazione è decisamente più complessa in quanto i monumenti alterano il profilo dell'orizzonte in maniera non facilmente riproducibile. Il profilo del monumento è complesso da rendere matematicamente, non possiamo semplicemente assumere l'almucantarato del trilite più elevato inoltre vi sono vuoti e presumibilmente alcune strutture sono state rimosse, per questa ragione non abbiamo potuto fare un analogo calcolo analitico.

Inoltre se nel caso del sorgere solstiziale potevamo presupporre il centro di Stonehenge quale punto privilegiato all'osservazione mentre nel caso del tramonto solstiziale d'inverno non abbiamo un unico punto, ma qualsiasi posizione "lungo l'avenue".

Resta comunque suggestivo, e in linea con le attuali interpretazioni archeoastronomiche del monumento, il tramonto osservato dal viale d'ingresso al monumento, ovvero l'allineamento Heelstone-Stonehenge-calata eliac (riprodotto nella cupola del planetario) che nel secondo millennio avanti Cristo, come al giorno d'oggi, si verifica dietro il circolo di pietre di Stonehenge al solstizio invernale.

Ringraziamenti. Si ringrazia Marco Brusa di INFINTO Planetario di Torino e museo dell'astronomia e dello spazio che ha realizzato il modello 3D del monumento di Stonehenge e collaborato per la riproduzione dell'evento in planetario e Alberto Cavalli per le costruttive discussioni sulla rifrazione atmosferica.

Bibliografia

- Bennett, G. (1982). *The calculation of astronomical refraction in marine navigation*. Journal of Navigation 35, 255–259.
[doi:10.1017/S0373463300022037](https://doi.org/10.1017/S0373463300022037)
- Bretagnon, P. & Francou G. (1988). *Planetary theories in rectangular and spherical variables VSOP87 solutions*. Astron. Astrophys 202, 309-315
- Hawkins, G. S. (1993). *Stonehenge Decoded*. Barnes&Nobles
- Lattanzi M.G. & Pannunzio R. (2007). *Lezioni di astronomia fondamentale (Prima Parte)*. INAF Osservatorio Astrofisico di Torino Technical Report n.78 https://www.oato.inaf.it/biblioteca/pdf/TechRep078_Lattanzi.pdf



Alberto Cora è Collaboratore Tecnico Enti di Ricerca presso l'Osservatorio Astrofisico di Torino, una struttura dell'Istituto Nazionale di Astrofisica, dove lavora nel campo della Fisica Solare dal 1995. Si è laureato in Fisica nel 2004 presso l'Università di Torino, Italia. Dal 2012 al 2018 è stato Responsabile del Servizio Didattico e di Comunicazione delle attività dell'Osservatorio, ed è membro dell'International Astronomical Union e della Società Astronomica Italiana (SAIt). È stato consulente per la legge 3/2018 della Regione Piemonte per la riduzione dell'inquinamento luminoso. I suoi interessi di ricerca sono la Fisica Solare e l'Archeoastronomia.

Sarà un caso? Un problema statistico per l'Archeoastronomia

Alberto Vecchiato^{1,*}, Gabriella Bernardi¹, Alberto Cora¹

¹ INAF – Osservatorio Astrofisico di Torino

*Corrispondente: alberto.vecchiato@inaf.it

Sommario: Non è insolito che alle ricerche archeoastronomiche venga contestato uno scarso rigore metodologico, e anche per questa ragione non sempre viene accettata la validità delle interpretazioni astronomiche di reperti archeologici. In alcuni casi, queste difficoltà potrebbero essere alleviate da un approccio statisticamente rigoroso; quella qui proposta è una possibile soluzione applicabile al problema dell'apparente somiglianza di alcuni reperti archeologici con specifici asterismi in cielo. Un semplice fit ai minimi quadrati può essere usato per quantificare tale somiglianza, dopodiché, questa quantità va confrontata con analoghe misure su un campione di estrazioni casuali per ricavarne la probabilità che un singolo oggetto abbia il grado di somiglianza osservato. La probabilità cercata, infine, va stimata tenendo conto del fatto che esistono molti oggetti e molti asterismi che potrebbero riprodurre questo grado di somiglianza. Il metodo è stato messo alla prova col noto caso delle piramidi di Giza, giungendo alla conclusione comunemente accettata di una corrispondenza casuale con le stelle della cintura di Orione. È stato inoltre messo in evidenza che, per la difficoltà di dare una stima precisa del numero di oggetti e di asterismi, il grado di utilità di questo metodo deve essere valutato caso per caso.

Parole Chiave: Archeoastronomia; statistica; probabilità; metodo Monte Carlo.

Abstract: Archaeoastronomical research are often called into question for lack of methodological rigor; this is one of the reasons why the astronomical interpretation of archaeological artifacts can be undermined. In some cases, these difficulties can be mitigated by a statistically rigorous approach. This work proposes a possible solution applicable to the problem of the alleged resemblance of some artifacts with specific asterisms. A simple least-squares fit can be used to quantify this similarity. A Monte Carlo run can generate a population of random objects, whose similarity is compared to that of the alleged representation, giving a rigorous estimation of the probability that a single object can show the observed matching degree. The final probability can be estimated by considering all the objects and the asterisms that can produce such a similarity. This method was put to test with the well-known case of the Giza pyramids, and the conclusion agrees with the generally accepted opinion of a coincidental correspondence with the stars of the Orion Belt. The usefulness of this method must be assessed on a case-by-case basis due to the difficulty of giving a precise estimate of the number of objects and asterisms.

Citation: Vecchiato, A; Bernardi, G; Cora, A. Sarà un caso? Un problema statistico per l'Archeoastronomia. SIAAC Magazine 2026, 1

Received: 22th April 2024

Accepted: 5th July 2024

Published: June 2026

Publisher's Note: SIAAC Magazine stays neutral with regard to jurisdictional claims in published maps and institutional affiliations.



Copyright: © 2026 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY-NC 4.0) license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed>).

Keywords: Archaeoastronomy; statistics; probability; Monte Carlo.

1. Introduzione

L'Archeoastronomia è un campo di ricerca sussidiario dell'Archeologia che investiga il contenuto astronomico dei reperti archeologici per migliorare le nostre conoscenze delle civiltà del passato (Sinclair, 2006). L'importanza dell'Astronomia fin dai tempi più antichi è universalmente riconosciuta, e l'esistenza di tracce archeologiche che testimonino l'uso di questa disciplina non è messa in discussione. È invece spesso oggetto di dibattito e di critica l'interpretazione che si dà di queste tracce, o l'utilità di un'interpretazione astronomica per specifici problemi archeologici. A questo proposito Polcaro (2016) ricorda come l'affidabilità dei risultati archeoastronomici sia spesso messa in discussione dalla comunità archeologica, che è generalmente molto critica riguardo ai metodi di questo campo di ricerca.

Secondo gli autori queste difficoltà hanno molteplici origini. Una è senz'altro la scarsa familiarità reciproca tra due discipline tradizionalmente separate, quali l'Astronomia e

l'Archeologia, ma viene anche sottolineata la scarsa qualità di alcuni lavori archeoastronomici, in particolare dal punto di vista statistico. Una valutazione statistica affidabile è necessaria in particolare per due dei problemi più comuni dell'archeoastronomia: quello degli allineamenti astronomici e quello della riproduzione di asterismi celesti.

Spesso, però, anche questa posizione viene contestata in ambiente archeologico, a volte con la motivazione che un'analisi statistica completa dovrebbe poter stabilire la probabilità di qualunque ipotesi formulabile riguardo al significato o alla funzione di un determinato manufatto. Questa obiezione, tuttavia, non è logicamente sostenibile, e ha probabilmente origine da un'incomprensione di fondo riguardo al significato delle conclusioni di un'analisi statistica. Questo aspetto del problema verrà discusso più dettagliatamente alla fine dell'articolo, quando la descrizione della metodologia avrà chiarito alcuni aspetti fondamentali del procedimento.

In questo lavoro, ci concentreremo sul meno esplorato dei due, ovvero sul problema di decidere se l'apparente somiglianza di manufatti o altri reperti archeologici con asterismi in cielo sia intenzionale o meno. Lo scopo sarà quello di definire una procedura statisticamente corretta per valutare quantitativamente la somiglianza e la sua eventuale intenzionalità. Questa procedura diventa particolarmente importante nei casi in cui l'apparente somiglianza è l'unico argomento a supporto della tesi della rappresentazione intenzionale di un oggetto celeste.

2. Il problema del Point-Pattern Matching in Astronomia e Archeoastronomia

La valutazione quantitativa della somiglianza di due oggetti è un problema che può essere affrontato mediante una tecnica che in informatica viene denominata "Point-Pattern Matching" (PPM) e che consiste nell'individuare una serie di punti caratterizzanti le singole forme cercando di metterli nella migliore corrispondenza possibile. La PPM ha molte applicazioni, dalla computer vision, alla chimica computazionale, e dal riconoscimento di forme alla diagnostica per immagini (Li et al., 2003), e tra queste figura anche l'Astronomia, nella quale viene utilizzata da almeno 40 anni. Rispetto a quest'ultima, tuttavia, l'applicazione all'Archeoastronomia presenta alcune peculiarità:

- mentre in Astronomia sappiamo che i nostri dati rappresentano delle stelle, in Archeoastronomia questo è il risultato al quale vogliamo arrivare;
- in Astronomia si vuole tipicamente capire quali stelle sono visualizzate in una certa immagine, mentre in Archeoastronomia partiamo dall'ipotesi che una determinata rappresentazione raffiguri delle specifiche stelle;
- in Archeoastronomia possiamo ipotizzare che gli oggetti rappresentati siano visibili ad occhio nudo;
- in Astronomia abbiamo potenzialmente vari modi differenti per verificare una corrispondenza.

Nonostante queste distinzioni, le due discipline hanno in comune la necessità di trovare la trasformazione ottimale tra l'asterismo "bersaglio" e la sua supposta rappresentazione, e infatti le soluzioni trovate in Astronomia possono essere riutilizzate anche in campo archeoastronomico. Quello che cambia, invece, è la maniera in cui bisogna stimare il calcolo della probabilità di corrispondenza, a causa dei diversi presupposti di partenza.

3. Un metodo statisticamente rigoroso per il calcolo della probabilità in Archeoastronomia

3.1 La Matching Goodness come problema ai minimi quadrati

Le tecniche PPM si prestano naturalmente ad essere applicate agli asterismi astronomici e alle loro supposte rappresentazioni, dato che per definizione sono composti da oggetti puntiformi. I primi sono disposti sulla sfera celeste, che è descritta matematicamente da una superficie con curvatura intrinseca non nulla, mentre le seconde, tranne in casi particolari, si trovano su superfici che per tutti gli effetti pratici possono essere considerate piane. Nella stragrande maggioranza dei casi, considerata anche la dimensione angolare degli asterismi, conviene confrontare la supposta rappresentazione dell'asterisma con una sua proiezione nelle cosiddette "coordinate standard" utilizzate in Astronomia (Green, 1985) ovvero le quantità mostrate in Figura 1

$$\xi = \frac{\cos \delta \sin \Delta \alpha}{\sin \delta \sin D + \cos \delta \cos D \cos \Delta \alpha}$$

$$\eta = \frac{\sin \delta \cos D - \cos \delta \sin D \cos \Delta \alpha}{\sin \delta \sin D + \cos \delta \cos D \cos \Delta \alpha}.$$

Per trovare quanto bene i punti dell'insieme $S = \{P_i \equiv (x_i, y_i), i=1, \dots, n\}$ della supposta rappresentazione si sovrappongono a quelli dell'insieme $\bar{S} = \{\bar{P}_i \equiv (\bar{x}_i, \bar{y}_i) \equiv (\xi_i, \eta_i), i=1, \dots, n\}$ del target, ovvero dell'asterisma proiettato in coordinate standard, abbiamo bisogno di una funzione T dipendente da m parametri $\{p_l\}, l=1, \dots, m$ che trasformi i punti P_i nei punti

$$\tilde{P}_i = T(P_i; \{p_l\}).$$

Otterremo così l'insieme $\tilde{S} = \{\tilde{P}_i, i=1, \dots, n\}$ della rappresentazione trasformata. La trasformazione T deve:

1. mantenere inalterata la forma descritta dai punti originali (l'insieme S);
2. minimizzare la somma quadratica dei residui tra i punti $\bar{P}_i$ e i punti $\tilde{P}_i$, ovvero

$$e = \sum_{i=1}^n [(\tilde{x}_i - \bar{x}_i)^2 + (\tilde{y}_i - \bar{y}_i)^2].$$

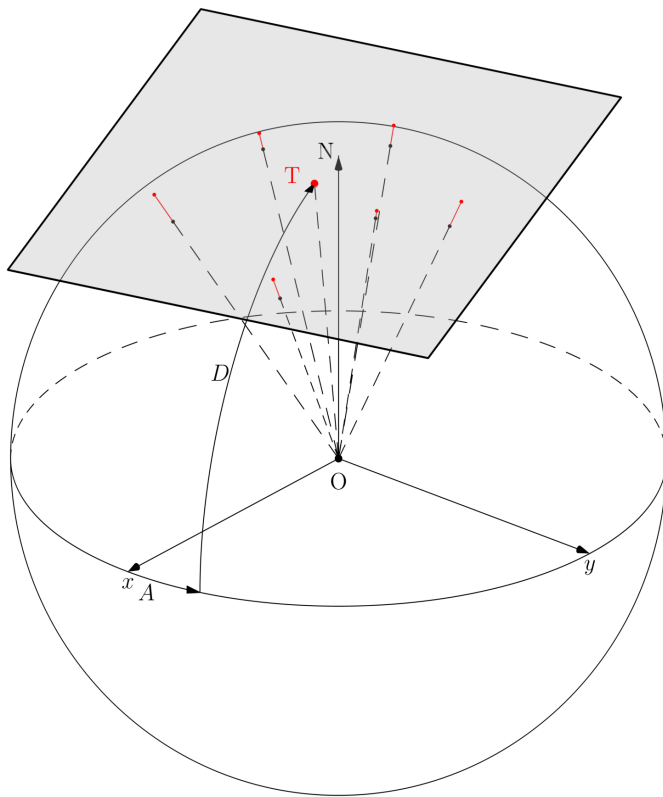


Figura 1. Le coordinate standard in astronomia si ottengono proiettando le coordinate sferiche su di un piano tangente alla sfera in un punto T di coordinate (A,D).

Dato che la trasformazione fornisce la migliore corrispondenza possibile secondo il criterio dei minimi quadrati, la quantità e verrà chiamata *matching goodness*, e verrà assunta come la misura della somiglianza tra le due figure. A una *matching goodness* più piccola, corrisponderà una maggiore somiglianza. È utile notare che la somma (quadratica) dei residui minimizzata col criterio dei minimi quadrati equivale a minimizzare la somma delle distanze $d_i = \sqrt{(\tilde{x}_i - \bar{x}_i)^2 + (\tilde{y}_i - \bar{y}_i)^2}$ tra i punti $\tilde{P}_i$ e $\bar{P}_i$.

Una trasformazione che soddisfa il primo requisito si chiama *trasformazione conforme*, e si sa che in uno spazio euclideo a due dimensioni la trasformazione conforme più generale è composta da 3 tipi di trasformazioni indipendenti:

1. una *trasformazione di scala*, dipendente dal fattore di scala s ;
2. una *rotazione* $R(\theta)$ di un angolo θ attorno all'origine;
3. una *traslazione* con due componenti t_x e t_y lungo i due assi.

Una quarta trasformazione che a rigore sarebbe ancora possibile includere per ottenere una trasformazione conforme, ovvero una trasformazione di parità, o *riflessione*, in questo contesto si può escludere. La trasformazione T verrebbe quindi a dipendere dai 4 parametri s , θ , t_x e t_y , tuttavia si può ulteriormente semplificare eliminando la traslazione facendo coincidere le origini del sistema di riferimento della rappresentazione (insieme S) con quella

dell'insieme target (l'asterisma in coordinate standard) in un punto opportuno. In pratica, è ragionevole pensare che se i due insiemi di punti si somigliano, i loro baricentri devono con buona approssimazione coincidere. Basta quindi usare questi baricentri come origine dei rispettivi sistemi di riferimento per effettuare implicitamente una traslazione quasi ottimale. Per l'insieme target basta ricordarsi che l'origine del sistema di riferimento delle coordinate standard è il punto di tangenza (A,D) del piano di proiezione, quindi è sufficiente usare i baricentri delle longitudini e delle latitudini dell'asterisma, ovvero:

$$A \equiv \alpha_B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_i$$

$$D \equiv \delta_B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i.$$

Per la rappresentazione, analogamente, si calcolano le coordinate del baricentro dei suoi punti e ci si mette nel sistema di riferimento con questa origine.

Si ottiene così una trasformazione dipendente da due soli parametri: il fattore di scala e l'angolo di rotazione attorno all'origine. Questa è equivalente alla trasformazione completa che dipende anche dalla traslazione solo nel caso di perfetta corrispondenza tra le due figure, tuttavia tanto più queste si assomigliano, tanto più l'errore commesso avendo approssimato in questo modo la traslazione sarà trascurabile. Questa imprecisione è totalmente accettabile, dato che se le due figure si assomigliano poco, è anche poco importante avere una trasformazione ottimale. In pratica, la trasformazione trovata è tanto meno ottimale quanto meno le due figure sono somiglianti. L'approssimazione sarebbe rischiosa se avesse l'effetto di migliorare la *matching goodness*, ma essendo una trasformazione peggiore l'effetto in realtà è opposto, perché i residui aumentano rispetto alla trasformazione ottimale.

3.2 Dalla matching goodness alla probabilità di corrispondenza

La matching goodness $\bar{e}$ tra un asterisma $\bar{S}$ e la sua supposta rappresentazione S , è una misura di quanto la seconda assomiglia alla prima. Il nostro scopo è capire la probabilità che questa somiglianza sia dovuta al caso, quindi dovremo confrontare questo caso con la matching goodness e attesa per un insieme di punti estratto casualmente. Altri autori hanno affrontato questo problema in diversi lavori (Cora et al., 2018; Gaspani, 2021; Mulas e Sanna, 2014). In alcuni di questi lavori si usano i residui del problema ai minimi quadrati per stimare direttamente la probabilità di corrispondenza, basandosi su di un'analogia con un modello di "lanci su un bersaglio", secondo il quale la probabilità di arrivare, con un lancio casuale, ad una distanza d_i da un punto-obiettivo, è il rapporto d_i^2/R^2 tra l'area del cerchio di raggio d_i e quella della superficie totale del bersaglio, supposta come un cerchio di raggio R . I problemi principali di questo approccio consistono nell'arbitrarietà della scelta dell'area del bersaglio, e nel fatto che è molto difficile definire un algoritmo che restituisca un numero interpretabile come una probabilità, ovvero che rispetti il requisito fondamentale della probabilità secondo il quale la somma (o l'integrale) delle probabilità di tutti i possibili eventi sia pari ad 1. Anche per questo, la soluzione proposta in questo lavoro, illustrata in dettaglio in Vecchiato et al. (2025), ha il duplice scopo di:

1. soddisfare in maniera rigorosa la definizione di probabilità;
2. rendere possibile la stima dell'errore sulla probabilità.

A questo scopo, nel nostro metodo la matching goodness non viene interpretata direttamente come una probabilità bensì come un *evento* nel senso inteso dall'approccio assiomatico alla probabilità (Kolmogorov, 1950). Tramite una simulazione Monte Carlo, si genera un numero N sufficientemente grande di insiemi di punti estratti in maniera casuale, cioè in cui ciascuna coordinata segue una distribuzione di probabilità uniforme; per ciascun lancio j , $j=1, \dots, N$, si può calcolare la corrispondente matching goodness e_j , seguendo il metodo descritto nella sezione precedente. Ricordando che, secondo il nostro criterio, minore è e_j migliore è la corrispondenza, la *probabilità di corrispondenza* P_m si ottiene dal rapporto tra il numero n_f di casi "favorevoli", ovvero in cui $e_j \leq \bar{e}$, e il numero di estrazioni totali N . Per la precisione,

$$P_m = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n_f(N)}{N},$$

da cui è facile capire che questa procedura rispetti la condizione $0 \leq P_m \leq 1$.

Inoltre, l'errore su P_m si può stimare dal teorema del limite centrale, il quale afferma che (Devore, 2016)

$$\sigma_{P_m} \simeq \sqrt{\frac{P_m(1-P_m)}{N}}.$$

Per $P_m \ll 1$, questa quantità può essere approssimata da

$$\sigma_{P_m} \simeq \sqrt{\frac{P_m}{N}} = \frac{\sqrt{n_f}}{N}.$$

3.3 Dalla probabilità di corrispondenza alla probabilità composta

La probabilità di corrispondenza calcolata qui sopra non rappresenta ancora la soluzione completa del problema. La quantità P_m , infatti, deve essere interpretata come la probabilità che *una* estrazione casuale di un insieme di punti, di cardinalità pari a quella dell'asterisma, risulti simile a quest'ultimo in misura almeno pari a quella della supposta rappresentazione. Bisogna però tener conto del fatto che:

- l'oggetto trovato potrebbe essere solo uno tra i tanti;
 - l'oggetto avrebbe potuto assomigliare ad uno dei tanti asterismi in cielo, e solo per caso assomiglia proprio a questo.
- Per quel che riguarda il primo punto, pensiamo per esempio al caso delle tante rocce con coppelle incise che si trovano in varie parti del mondo. Anche se le coppelle fossero incise a caso, tra tanti gruppi di coppelle prima o poi potremmo trovarne qualcuno che assomiglia alle Pleiadi, per esempio. Inoltre, e da qui il secondo punto, se invece di assomigliare alle Pleiadi assomigliasse all'Orsa Maggiore, avremmo comunque notato una corrispondenza apparentemente non casuale.

La teoria della probabilità ci dice che, in questo caso, la probabilità che uno tra gli n_G oggetti assomigli ad uno tra gli n_A asterismi con una probabilità di corrispondenza pari a P_m , è la *probabilità composta*

$$P_{comp} = 1 - (1 - P_m)^{n_A \cdot n_G}.$$

Il problema quindi si può risolvere solo se, dopo aver stimato P_m con una simulazione Monte Carlo, è possibile avere anche una stima affidabile di n_G ed n_A , ma questo compito è generalmente piuttosto complicato.

Per esempio, si potrebbe essere tentati di prendere come numero di asterismi possibili qualunque combinazione di n stelle (ricordando che n è il numero di punti della supposta rappresentazione) su tutte le n_s visibili a occhio nudo. Questo criterio implica che

$$n_A = \binom{n_s}{n},$$

un numero che può facilmente diventare molto grande. D'altra parte si potrebbe obiettare che questo criterio ammette tra i possibili asterismi anche forme che non sono mai esistite in nessuna cultura, e oggetti composti da stelle molto distanti in cielo, che non possono essere considerate delle opzioni ragionevoli.

Un'alternativa più affidabile potrebbe essere il criterio del "vicino più prossimo", nel quale si considerano asterismi ammissibili solo le n stelle più vicine ad una qualunque presa a caso in cielo. In questo caso avremmo

$$n_A \sim n_s,$$

ma anche questa possibilità non è immune alle critiche, come di nuovo quella di utilizzare forme che probabilmente non sono mai state considerate in alcuna cultura.

Queste considerazioni portano all'idea che, probabilmente, il criterio più ragionevole debba avere dei vincoli "logici e culturali". In pratica, l'idea di base per la stima di n_A , è che

- l'asterisma debba essere tra quelli noti alla popolazione che ha realizzato la sua supposta rappresentazione;
- l'asterisma debba essere noto anche all'osservatore moderno.

Il primo punto si giustifica facilmente col fatto che per poter volontariamente riprodurre un asterisma, questo per prima cosa deve essere riconosciuto dall'osservatore. In caso contrario, sarebbe chiaramente un atto involontario. Anche il secondo punto è giustificabile in maniera analoga; infatti, se una popolazione avesse rappresentato volontariamente un asterisma noto a loro, ma non a noi, saremmo noi a non poter notare alcuna somiglianza. Questo genere di considerazioni permette di dare una valutazione di ordine di grandezza, pur senza essere esperti in materia, basata sul fatto che per qualunque cultura nota il numero di asterismi è sempre al massimo dell'ordine di qualche decina, concludendo che grosso modo $10 \leq n_A \leq 100$.

Considerazioni analoghe possono essere fatte anche per n_G , tuttavia è chiaro che con questi limiti la stima di P_{comp} può facilmente diventare molto incerta, per non dire inaffidabile. In pratica non è possibile stabilire una procedura certa che, con metodi puramente statistici, ci permetta di determinare la probabilità che un manufatto sia o meno una rappresentazione volontaria di un qualche asterisma in cielo. Ogni caso fa storia a sé, e il metodo descritto può costituire uno dei tanti indizi da sommare ad altri, se esistono, di diversa natura, utilizzati per risolvere questo problema.

4. Caso studio: le piramidi di Giza

Per mettere alla prova questo approccio e per meglio comprendere le possibili difficoltà dal lato pratico, abbiamo applicato il metodo descritto sopra ad un caso studio ben noto, quello delle tre piramidi della piana di Giza, in Egitto. Si tratta di una situazione quasi ideale. Come ben noto, infatti, è stato ipotizzato che le tre piramidi di Khufu, Khafre, e Menkaure, siano una monumentale rappresentazione delle tre stelle della cintura di Orione, Mintaka, Alnilam, e Alnitak. D'altra parte questa ipotesi è stata contestata, e la comunità scientifica è piuttosto concorde nel ritenere la corrispondenza come frutto del caso (si veda p.es. Ghoneim et al., 2024 per una possibile spiegazione alternativa). Per di più si tratta di una struttura semplice, di soli 3 punti, che rendono il problema computazionalmente leggero e quindi esplorabile in dettaglio dal punto di vista statistico.

Le coordinate delle stelle sono state ricavate da Cartes du Ciel/SkyChart 4.1 (Chevalley, 2019) e corrette per i moti propri e la precessione degli equinozi all'anno 2550 BCE. Per completezza, è opportuno sottolineare che in questo caso stiamo indagando la forma della costellazione, e quindi per il nostro scopo sono rilevanti solo le correzioni in grado di alterare tale forma. Per questa ragione, la correzione per la precessione non sarebbe necessaria perché influenza tutte le stelle nello stesso modo, senza cambiare la forma delle costellazioni. Invece, nel caso specifico delle stelle della cintura di Orione la differenza tra i moti propri delle componenti è dell'ordine di 10 mas/anno. Questa comporta una variazione delle posizioni rispetto al tempo attuale di circa 50 arcosecondi, insufficiente per determinare un cambiamento di forma significativo rispetto alle accuratèzze in gioco. Tuttavia, in linea di principio, questa correzione può in generale essere necessaria.

Le coordinate delle piramidi, invece, sono state ricavate dal sito WikiMapia (<https://wikimapia.org>). Cartes du Ciel utilizza come catalogo di riferimento l'Extended Hipparcos Compilation (Anderson e Francis, 2012) e gli algoritmi discussi in Vondrák et al. (2011) per il calcolo della precessione. Questo lo ha reso il programma più accurato per applicazioni archeoastronomiche, come emerso in un confronto presentato in De Lorenzis e Orofino (2018). Inoltre, l'accuratezza raggiunta è dell'ordine di alcuni arcosecondi per il periodo storico in esame, più che sufficiente per i

nostri scopi, ai quali è sufficiente l'accuratezza dell'arcominuto, cioè quanto possibile ottenere con misure a occhio nudo.

La matching goodness delle piramidi rispetto alle stelle della cintura di Orione risulta $\bar{e} = 1.3 \times 10^{-3} \pm 2.4 \times 10^{-18}$. Abbiamo poi eseguito un test Monte Carlo da 2 milioni di lanci col metodo descritto nella sezione 3.2, ottenendo una probabilità di corrispondenza

$$P_m \simeq 1 \times 10^{-2} \pm 7 \times 10^{-5}.$$

In Figura 2 viene riportata la distribuzione delle matching goodness dei lanci casuali del Monte Carlo, e dove si posiziona quella delle piramidi di Giza. In Figura 3, invece, viene mostrato il risultato di un test di verifica fatto utilizzando in maniera differente i lanci del run Monte Carlo. In pratica, vengono stimate le medie dei valori di P_m e di σ_{P_m} su molte estrazioni di campioni con cardinalità n_{samp} minore dell'intera popolazione di lanci creata; questo viene ripetuto per diverse cardinalità. Per il Teorema del Limite Centrale, P_m deve tendere al valore vero al crescere della cardinalità, e σ_{P_m} deve essere proporzionale a $(n_{\text{samp}})^{-1/2}$. Fittando quindi le stime degli errori con una funzione di questo tipo, ed estrapolandola al valore dell'intera popolazione N , bisognerebbe ottenere nuovamente l'errore stimato nel risultato qui sopra. Il risultato della verifica ha confermato la stima originale.

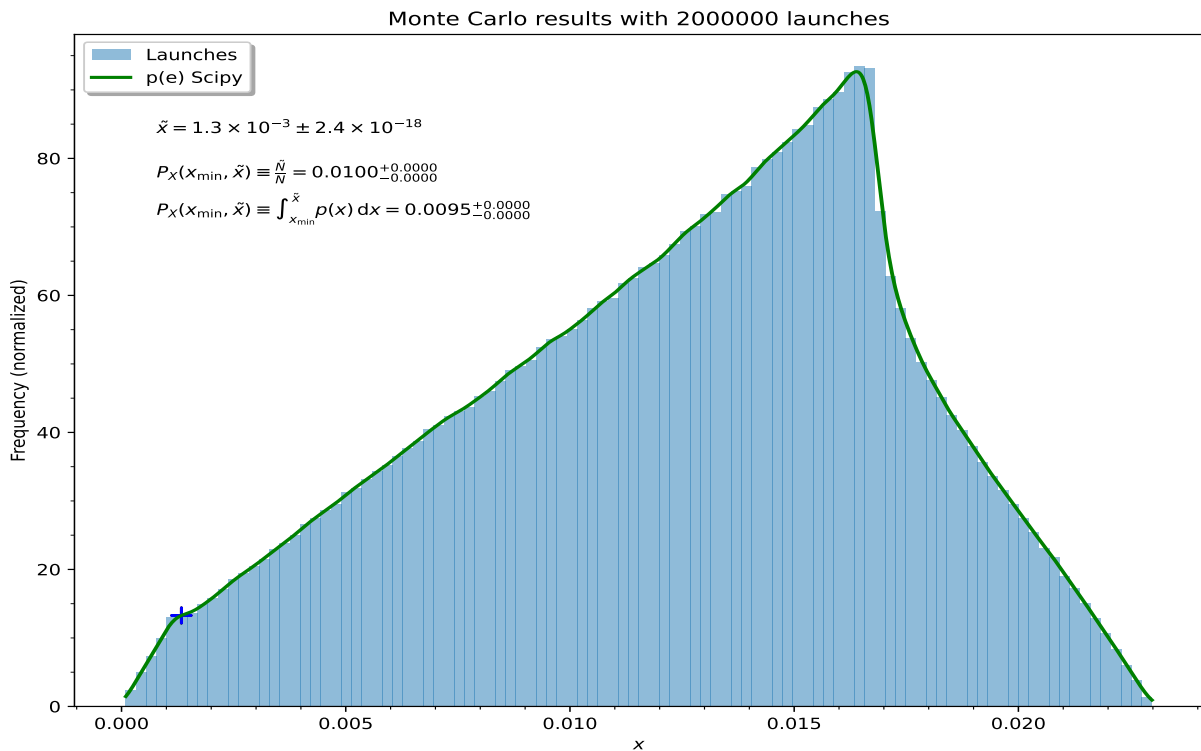


Figura 2. Risultato del run Monte Carlo con 2 milioni di lanci. In ascissa, il valore di x corrisponde alla matching goodness e del lancio. L'area in azzurro è l'istogramma dei lanci, mentre la linea verde è la corrispondente funzione di densità di probabilità $p(x)$ ottenuta con l'algoritmo di Kernel Density Estimation gaussian_kde della libreria scipy 1.7.3 di Python 3.8. La croce blu è posizionata in corrispondenza del valore $\bar{e}$ della matching goodness delle piramidi di Giza. La probabilità di corrispondenza P_m è l'area del grafico a sinistra di questo valore, ed è stata calcolata sia direttamente dal risultato del Monte Carlo, come rapporto tra il numero di casi favorevoli e quello totale, sia come integrale (numerico) di $p(x)$.

Infine, per quel che riguarda la stima della probabilità composta, P_{comp} , questo caso illustra perfettamente sia la difficoltà di dare un valore preciso a questa quantità, sia come si possa cercare di trovarne dei limiti di massima. Il numero di possibili asterismi in cielo, infatti, è ragionevolmente contenuto nel range $10 \leq n_A \leq 100$ per le considerazioni fatte in precedenza. Per quel che riguarda invece il numero di possibili gruppi di piramidi, è utile partire dall'informazione che in Egitto esistono circa 100 piramidi (Lehner, 2008). Ecco quindi che il criterio del numero massimo di combinazioni possibili di gruppi di 3 piramidi, darebbe

$$n_G = \binom{100}{3} = 161700,$$

che come osservato in precedenza è una stima irragionevolmente esagerata. Il criterio del “vicino più prossimo”, invece, darebbe $n_G \simeq 100$. È stato infine considerato anche un terzo criterio alternativo adottato in Mulas e Sanna (2014)

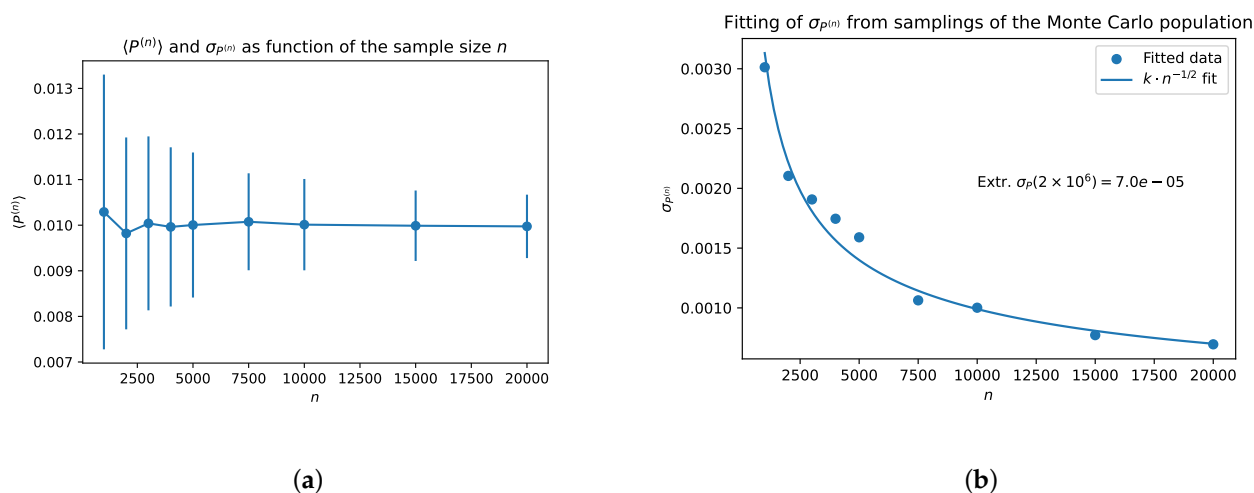


Figura 3. Risultato del test di verifica citato nel testo principale. Per semplicità di scrittura, nei grafici la cardinalità del campione, n_{samp} nel testo, viene indicata con n . (a) Andamento di $P_m(n_{\text{samp}})$; (b) Andamento di $\sigma_{P_m}(n_{\text{samp}})$ e suo fit con una funzione $k \cdot n^{-1/2}$.

che, partendo dall'ipotesi di una distribuzione uniforme e prendendo “gruppi di oggetti isolati”, cioè relativamente vicini tra loro e separati da altri, danno $n_G \leq 100/3$. Come si vede, a parte il primo, è difficile stabilire con sicurezza quale possa essere la stima migliore.

Tabella I. Valore di P_{comp} per le tre piramidi di Giza in funzione di n_A ed n_G .

P_{comp}	n_G									
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
n_A	10	0.633	0.865	0.951	0.982	0.993	0.998	0.999	1.000	1.000
	20	0.865	0.982	0.998	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	30	0.951	0.998	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	40	0.982	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	50	0.993	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	60	0.998	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	70	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	80	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	90	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	100	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Abbiamo quindi deciso di adottare anche in questo caso il range $10 \leq n_G \leq 100$, e di calcolare P_{comp} per le varie combinazioni di n_A ed n_G dei rispettivi range, in modo da ottenere un'idea dell'andamento della probabilità di corrispondenza casuale in tutto lo spazio dei parametri. Come si vede in Tabella I, il valore minimo ottenuto, per la combinazione $n_A=10$, $n_G=10$, è $P_{\text{comp}}=63.3\%$, ma questo cresce molto rapidamente anche con un modesto incremento del numero di asterismi o di gruppi, raggiungendo la sostanziale certezza già per $n_A=30$, $n_G=30$.

Si può quindi ragionevolmente affermare che il metodo statistico adottato concorda con l'ipotesi comunemente accettata, ovvero con quella di una casualità della somiglianza tra le piramidi di Giza e le stelle della cintura di Orione. Chiaramente, come già detto sopra, le conclusioni potrebbero essere ribaltate in presenza di nuove prove archeologiche o storiche di diversa natura, ma questo non inficia la validità del metodo dato che, in questo caso, le ipotesi con le quali è stato ottenuto questo risultato non si potrebbero più considerare complete.

5. Il rapporto tra l'analisi statistica e l'archeologia

L'affermazione qui sopra ci permette di riprendere un punto rimasto in sospeso dall'introduzione, ovvero l'obiezione secondo la quale un approccio statistico non può essere utile in questi casi perché per avere una risposta significativa bisognerebbe poter dare una probabilità a tutte le altre possibili interpretazioni del manufatto. Per esempio, un determinato insieme di punti potrebbe essere una mappa topografica, un'opera d'arte, una configurazione simbolica, o altro ancora.

La prima risposta è che una simile obiezione attribuisce alla statistica una funzione che non può avere, come dovrebbe essere chiaro dopo la discussione del procedimento delle sezioni precedenti. Il procedimento proposto vuole infatti rispondere quantitativamente ad una domanda ben precisa: "premesso che una certa configurazione di 'punti' assomiglia ad un oggetto in cielo, qual è la probabilità che questa somiglianza possa essere ottenuta da una distribuzione casuale"? Il risultato è una probabilità con un suo errore, ma qual è la funzione di tale risultato? L'obiezione pare suggerire che lo scopo sia quello di stabilire quale fosse l'uso di un dato manufatto, ma ovviamente così non può essere. Lo scopo non è né più né meno che poter dire "il tal manufatto ha una probabilità P di assomigliare casualmente all'asterisma in esame", non di stabilire il perché questa somiglianza sussista. Questo ci porta alla seconda parte della risposta.

Il manufatto potrebbe avere una funzione scollegata dalla rappresentazione astronomica? Potrebbe essere, come detto prima, una mappa topografica o una rappresentazione artistica? Questo è un fatto completamente scorrelato dalla domanda. È inutile ipotizzare una funzione qualunque se non si ha ragione di supporla, perché su questa base non si potrebbe escludere nessuna ipotesi, per quanto assurda, e questo dovrebbe essere applicato a qualunque tipo di studio archeologico, anche quelli realizzati esclusivamente con metodi tradizionali. L'unica cosa che ha senso è di stabilire se una specifica domanda, o questione, è significativa nell'ambito dell'indagine che si sta svolgendo.

A causa della riconosciuta importanza del cielo nelle antiche civiltà, dev'essere chiaro che, anche da un punto di vista archeologico, assomigliare ad un asterisma in cielo non ha la stessa valenza che assomigliare, per esempio, alla disposizione delle impurità su un wafer di silicio. La domanda quindi è perfettamente lecita in ambito archeologico.

Questo dato può essere utile? La risposta è certamente sì, nella misura in cui un nuovo dato può essere utilizzato, assieme a tutti gli altri a disposizione dello scienziato, in questo caso dell'archeologo.

L'analisi statistica deve essere intesa come uno strumento in più nelle mani dell'archeologo. Quest'ultimo non è in grado di fare un'analisi al Carbonio 14, e non ha che una vaga comprensione dei meccanismi che permettono di farla, ma nondimeno questo procedimento è largamente utilizzato per stabilire la datazione di un reperto, e il suo risultato può essere confrontato con determinazioni eseguite con altri metodi. In questo senso, la determinazione della funzione di un determinato manufatto non compete all'analisi statistica, ma all'archeologo, che a tale scopo può avvalersi di questo risultato, assieme ad eventuali altri dati.

6. Conclusioni

In questo contributo, raccogliendo l'esigenza sollevata in Polcaro (2016), abbiamo studiato un possibile metodo statisticamente rigoroso per valutare le ricorrenti ipotesi di somiglianza non casuale tra asterismi in cielo e le loro presunte rappresentazioni, rinvenibili in vari reperti archeologici. Il nostro metodo prende le mosse da lavori precedenti, ma al tempo stesso modifica l'algoritmo per calcolare la probabilità di corrispondenza casuale P_m . Per riassumere, prima si utilizza una classica tecnica di PPM per trovare, attraverso un fit ai minimi quadrati, la migliore sovrapposizione tra l'asterisma e la sua supposta rappresentazione; i residui di questo fit sono utilizzati per definire un numero, denominato matching goodness, che fornisce una valutazione quantitativa di questa somiglianza. Successivamente, questo valore viene confrontato con la distribuzione di valori analoghi per distribuzioni casuali di punti ottenuti da una simulazione Monte Carlo. L'approccio assiomatico della probabilità permette non solo di definire rigorosamente P_m come rapporto tra il numero di casi favorevoli (ovvero quelli con una matching goodness migliore di quella misurata per la supposta rappresentazione dell'asterisma) e il numero totale di lanci del Monte Carlo, ma anche di dare una stima del suo errore σ_{P_m} attraverso il Teorema del Limite Centrale.

Si è poi osservato che la probabilità di corrispondenza del singolo oggetto, come già indicato in Mulas e Sanna (2014) e Cora et al. (2018), non può escludere che la somiglianza sia frutto del caso originato dal gran numero di oggetti simili (n_G) o di altri asterismi in cielo (n_A). Per questa ragione la probabilità complessiva non può essere P_m , ma piuttosto la probabilità composta $P_{comp} = 1 - (1 - P_m)^{n_A \cdot n_G}$, da cui segue che l'accuratezza ottenibile dal metodo statistico è strettamente dipendente da quella con cui si possono stimare n_A ed n_G . Tuttavia, mentre è possibile limitare i range di validità di questi ultimi due parametri invocando dei criteri di ragionevolezza logici e culturali, il numero effettivo, specialmente per quel che riguarda n_G , può variare di molto da caso a caso.

In base a queste considerazioni, anche l'utilità di un metodo puramente statistico può variare da caso a caso, e per metterlo alla prova è stato applicato all'esempio relativamente semplice delle tre piramidi di Giza e della loro somiglianza con le stelle della cintura di Orione. Il piccolo numero di oggetti, infatti, rende computazionalmente poco

pesante la simulazione Monte Carlo, inoltre il risultato può essere confrontato con l'opinione generalmente accettata che la somiglianza sia di natura casuale. La probabilità di corrispondenza P_m è circa dell'1%, con un errore $\sigma_{P_m} \simeq 7 \times 10^{-5}$, tuttavia il numero di asterismi in cielo e quello degli oggetti simili è vincolabile solo entro un ordine di grandezza. La probabilità composta ottenuta tenendo conto di questi vincoli si colloca nel range $63\% \leq P_{comp} \leq 100\%$, in accordo con l'opinione generalmente accettata di somiglianza casuale.

Questo procedimento non va inteso come sostitutivo rispetto alla normale indagine archeologica, ma viceversa come uno strumento aggiuntivo, utilizzabile dall'archeologo, nei casi in cui sia utile sapere quale sia la probabilità di una somiglianza casuale di un manufatto con un asterisma in cielo. È necessario inoltre considerare che questo dato, da solo, non può e non vuole fornire una spiegazione al perché di tale somiglianza, compito che rimane di esclusiva competenza dell'archeologo.

Bibliografia

- Anderson, E., & Francis, C. (2012). *XHIP: An extended hipparcos compilation*. *Astronomy Letters*, 38 (5), pp. 331–346. arXiv:1108.4971, [doi:10.1134/S1063773712050015](https://doi.org/10.1134/S1063773712050015).
- Chevalley, P. (2019). *Cartes du Ciel / SkyChart*. Available online: <https://www.ap-i.net/skychart/en/start>
- Cora, A.; Franchi, M.; Morosin, R. (2018). *Warp Esperiment, un esperimento di Alternanza Scuola Lavoro condotto durante il Servizio Civile*. INAF – Osservatorio Astrofisico di Torino Technical Report 181.
- Devore, J. L. (2016). *Probability and Statistics for Engineering and the Sciences*, 9th Edition; Cengage Learning.
- De Lorenzis, A.; Orofino, V. (2018). *Comparison of astronomical software programs for archaeoastronomical applications*. *Astronomy and Computing*, 25, pp. 118–132, doi:10.1016/j.ascom.2018.09.006.
- Gaspani, A. (2021). *La presunta corrispondenza euristica tra gli elementi archeologici con le stelle e le costellazioni*. *Academia*. Available online: <https://www.academia.edu/40492747/> (Accessed on 28 September 2021).
- Ghoneim, E.; Ralph, T. J.; Onstine, S.; El-Behaedi, R.; El-Qady, G.; Fahil, A. S.; Hafez, M.; Atya, M.; Ebrahim, M.; Khozym, A.; Fathy, M. S. (2024). *The Egyptian pyramid chain was built along the now abandoned Ahramat Nile Branch*. *Communications Earth & Environment*, 5, pp. 2662–4435, doi:10.1038/s43247-024-01379-7.
- Green, R. M. (1985). *Spherical Astronomy*; Cambridge University Press: Cambridge, UK.
- Kolmogorov, A. N. (1950). *Foundations of the Theory of Probability*; Chelsea Publishing Company.
- Lehner, M. (2008). *The Complete Pyramids; The Complete Series*. Thames & Hudson.
- Li B.; Meng Q., & Holstein H. (2003). *Point pattern matching and applications-a review*. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, November, Volume 1, pp. 729 – 736.
- Mulas, A., & Sanna, M. (2014). *In terra come in cielo*; Condaghes: Cagliari, Italy.
- Polcaro, V. F. (2016). *The credibility of archaeoastronomy: a suggestion from pharmacology?* *Mediterranean Archaeology and Archaeometry*, 16 (4), 1–5.
- Sinclair, R. M. (2006). *The nature of archaeoastronomy*. In *Oxford VII International Conferences on Archaeoastronomy: Viewing the Sky Through Past and Present Cultures*, Pueblo Grande Museum Anthropological Papers, pp. 13–26.
- Vecchiato, A.; Bernardi, G.; Cora, A. (2025). *Point-Pattern Matching and Probability in Archaeoastronomy*. *Journal of Astronomical History and Heritage*, 28(1), 219–239.
- Vondrák, J.; Capitaine, N.; Wallace, P. (2011). *New precession expressions, valid for long time intervals*. *Astronomy and Astrophysics*, 534, p. A22, doi:10.1051/0004-6361/201117274.



Alberto Vecchiato è ricercatore dell'Istituto Nazionale di Astrofisica (INAF) all'Osservatorio Astrofisico di Torino. I suoi interessi scientifici sono prevalentemente concentrati nei campi dell'astrometria e delle teorie della gravità e dei loro test sperimentali, oltre che nel campo dell'archeoastronomia. È membro del consorzio di riduzione dati della missione Gaia dell'ESA, nel ruolo di responsabile della pipeline italiana di riduzione della sfera astrometrica globale, oltre che membro di varie associazioni scientifiche quali IAU, SAIIt e SIAAC.

Gabriella Bernardi è laureata in Fisica all'Università di Torino e Master in Comunicazione della Scienza presso la stessa Università, è una giornalista e scrittrice specializzata nella divulgazione della scienza. Nel 2007 ha ricevuto il Premio Voltolino per il giornalismo scientifico dall'Unione Italiana Giornalisti Scientifici (UGIS). Dal 2008 è membro dell'EUSJA, l'Associazione europea dei giornalisti scientifici, dell'IAU, ed è associata INAF. È stata membro del comitato che ha organizzato l'allestimento del Planetario di Torino. Ha pubblicato su diversi giornali e riviste italiane e internazionali specializzate nella divulgazione dell'astronomia ed è autrice di sei libri di astronomia.

Alberto Cora è Collaboratore Tecnico Enti di Ricerca presso l'Osservatorio Astrofisico di Torino, una struttura dell'Istituto Nazionale di Astrofisica, dove lavora nel campo della Fisica Solare dal 1995. Si è laureato in Fisica nel 2004 presso l'Università di Torino, Italia. Dal 2012 al 2018 è stato Responsabile del Servizio Didattico e di Comunicazione delle attività dell'Osservatorio, ed è membro dell'International Astronomical Union e della Società Astronomica Italiana (SAIt). È stato consulente per la legge 3/2018 della Regione Piemonte per la riduzione dell'inquinamento luminoso. I suoi interessi di ricerca sono la Fisica Solare e l'Archeoastronomia.

ISTRUZIONI PER AUTRICI E AUTORI

SIAAC Magazine è uno spazio editoriale online della **Società Italiana di Archeoastronomia e Astronomia Culturale – ETS**, consultabile liberamente. Accoglie testi, resoconti, documenti di sintesi, casi studio, esperienze didattiche e contributi di approfondimento dedicati all'Archeoastronomia e all'Astronomia Culturale.

Il Magazine si propone come uno strumento agile di condivisione e confronto, aperto a proposte provenienti dal mondo della ricerca, anche indipendente, dall'insegnamento, dalle persone associate, da chi opera in ambito culturale e da persone esperte e appassionate.

Le proposte sono inizialmente esaminate dal Comitato Editoriale, che ne valuta la coerenza con gli obiettivi del Magazine. I testi ritenuti idonei sono quindi sottoposti a valutazione scientifica, con il coinvolgimento del Comitato Scientifico e/o di persone esperte individuate in base al tema trattato. Il progetto editoriale si svolge sotto la supervisione del Comitato Direttivo della SIAAC.

Le modalità di presentazione dei lavori sono disponibili sul sito: <http://magazine.siaac.it/>

SIAAC Magazine

Spazio editoriale online della Società Italiana di Archeoastronomia e Astronomia Culturale – ETS.

Il *Magazine* è dedicato allo studio delle relazioni tra cielo, culture e forme della conoscenza nel tempo, con attenzione alla ricerca, alla divulgazione e alla condivisione di esperienze e metodi.

Le opinioni espresse nei contributi firmati sono responsabilità delle rispettive autrici e dei rispettivi autori.

Sito web: magazine.siaac.it

Contatto redazione: sia.cultura@gmail.com

